受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

令和８年度（２次募集）
学　力　検　査　問　題

試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

１．試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。

２．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

３．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

４．試験時間　９：００～１０：００
　試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

５．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
　これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
　なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

６．解答は、解答用紙に記入してください。その際、専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください。記入されていない場合、採点されないことがあります。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
　解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

７．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和８年度（２次募集）
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問題に解答すること。

問題 1

2人の経済主体（花子, 太郎）と2つの財 (財 X, 財 Y) から成る交換経済を考える。なお、いずれの財も非負整数単位の消費しか行えないものとする。

各人は、財 X と財 Y の消費量の組に対して次の効用関数であらわされるような選好をそれぞれ持っている：

任意の財 X と財 Y の消費量の組（非負の整数の組）(x, y) と (x', y') に対して

花子: $u_{花}(x, y) = \min\{x, y\}$

太郎: $u_{太}(x, y) = \min\{x, ay\}$ （ただし a は非負の整数)

初期段階において、花子さんは財 X を $\omega_{花,X}$ 単位、財 Y を $\omega_{花,Y}$ 単位所有しており(それぞれ非負の実数)、太郎さんは財 X を $\omega_{太,X}$ 単位、財 Y を $\omega_{太,Y}$ 単位所有している(それぞれ非負の整数)。また、$\omega_{花} \equiv (\omega_{花,X}, \omega_{花,Y})$、$\omega_{太} \equiv (\omega_{太,X}, \omega_{太,Y})$ として、次が成り立つものとする：

$$\omega_{花} + \omega_{太} = (4, 4)$$

(1) ここでは $\omega_{花} = (2, 2)$ とする。財Xの価格が1、財Yの価格が1であるときの、花子さんの最適消費点として、正しいものを次の中から全て選びなさい。なお該当するものがない場合は、(e) を選びなさい。解答は記号のみを答えること。

(a) $(x_{花}, y_{花}) = (1, 1)$

(b) $(x_{花}, y_{花}) = (1, 2)$

(c) $(x_{花}, y_{花}) = (2, 1)$

(d) $(x_{花}, y_{花}) = (2, 2)$

(e) 該当するものが (a)-(d) の中にはない

(2) ここでは$\omega_{花} = (1,2)$とする。財Xの価格が3、財Yの価格が2であるときの、花子さんの最適消費点として、正しいものを次の中から全て選びなさい。なお該当するものがない場合は、(e)を選びなさい。解答は記号のみを答えること。

(a) $(x_{花}, y_{花}) = (1,1)$

(b) $(x_{花}, y_{花}) = (1,2)$

(c) $(x_{花}, y_{花}) = (2,1)$

(d) $(x_{花}, y_{花}) = (2,2)$

(e) 該当するものが(a)-(d)の中にはない

(3) ここでは$a = 1$とする。パレート効率的な割り当て（配分・消費組）を全て答えなさい。なお解答は、$((x_{花}, y_{花}), (x_{太}, y_{太}))$のように答えること。

(4) ここでは$a = 2$とする。パレート効率的な割り当て（配分・消費組）を全て答えなさい。なお解答は、$((x_{花}, y_{花}), (x_{太}, y_{太}))$のように答えること。

(5) ここでは$a \in \{0,1,2,3,4,5\}$とする。パレート効率的な割り当て（配分・消費組）が最も多くなるようなaの値を全て答えなさい。また、その時のパレート効率的な割り当て（配分・消費組）の数を答えなさい。

(6) ここでは$a \in \{0,1,2,3,4,5\}$とする。パレート効率的な割り当て（配分・消費組）が最も少なくなるようなaの値を全て答えなさい。また、その時のパレート効率的な割り当て（配分・消費組）の数を答えなさい。

問題 2

世界各国における研修医と病院のマッチングでは、マッチングアルゴリズムがしばしば用いられている。いま、すべての研修医がマッチングアルゴリズムに希望順位を同時に提出する情報完備ゲームを考える。

研修医は $1,2,3$ の 3 人、病院は x,y の 2 つとする。研修医 i は、病院とマッチすることで以下の利得 u_i が得られる。マッチしない場合を $\varnothing$ で表し、$u_i(\varnothing)=0$ とする。

$$u_1(y) > u_1(x) > u_1(\varnothing) = 0$$
$$u_2(x) > u_2(\varnothing) = 0 > u_2(y)$$
$$u_3(x) > u_3(y) > u_3(\varnothing) = 0$$

それぞれの病院は 3 人の研修医と既に面接を終えており、以下のように評価している。

	x	y
1	90	70
2	80	80
3	70	90

それぞれの病院は研修医を 1 人まで受け入れることができる。

研修医 i は病院に対する希望順位 $s_i \in \{x,y,\varnothing\}^3$ をマッチングアルゴリズム f に提出する。例えば、$s_i=(x,y,\varnothing)$ である場合、i は x を第一に希望し、y を第二に希望していることとなる。また $s_i=(x,\varnothing,y)$ である場合、i は x とマッチすることのみを希望している。ここで、研修医 i の希望順位 s_i のうち、要素がいずれも異なるもののみを i の戦略とし、それらのすべてを S_i と表す。

提出された希望順位 $s=(s_1,s_2,s_3)$ のもとで、マッチングアルゴリズムはマッチング結果 $f(s)$ を計算し、研修医と病院のマッチングが決定する。ここで、$f_i(s)$ を $f(s)$ の下での i のマッチ相手とする。

マッチングアルゴリズム f

【ステップ 1】

それぞれの病院は、その病院を第一希望としている研修医を選考する。この際、面接の評価の高いもの1人を一時的に採用し、それ以外を不採用とする。第一希望が $\varnothing$ である研修医は $\varnothing$ とマッチして、この研修医のマッチングは決定する。

【ステップ t】$(t \geq 2)$

前のステップ（ステップ $t-1$）で不採用となった研修医のみを考える。前のステップで不採用となった研修医は、次に希望する病院の選考に加わる。次に希望する病院がない（$\varnothing$ である）研修医は $\varnothing$ とマッチして、この研修医のマッチングは決定する。

それぞれの病院は、前のステップで一時的に採用している研修医と、新しくその病院を希望する研修医を選考し、評価の高いもの1人を一時的に採用し、それ以外を不採用とする。

【終了条件】

すべての研修医が同時に以下の (1) または (2) の場合、アルゴリズムは終了し、その時点でのマッチングがアルゴリズムの結果となる。(1) 病院と一時的にマッチしている。(2) $\varnothing$ とマッチしている。

以下の設問に答えなさい。

1. 戦略の組 s に対する i の利得関数 $U_i(s)$ を定式化しなさい。
2. 学生 i について、戦略 s_i が s_i' を弱支配することの定義を U_i を用いて書きなさい。
3. （弱）支配戦略均衡を求めなさい。またそのときのマッチング結果を求めなさい。

統計学・計量経済学（金融プログラム）

【問 1】

(a) 確率変数列 $\{X_n\}$ がある確率変数 X に平均二乗収束する、すなわち

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}\left[|X_n - X|^2\right] = 0$$

であるとき、X_n は X に確率収束すること（$X_n \xrightarrow{p} X$）を証明せよ。

(b) 2つの確率変数列 $\{X_n\}, \{Y_n\}$ があり、それぞれ定数 a, b に確率収束するとする。このとき、

$$X_n + Y_n \xrightarrow{p} a + b$$

を証明せよ。

(c) $X_n \xrightarrow{p} 0$ であっても、$\lim_{n\to\infty} \mathbb{E}[X_n] \neq 0$ となる確率変数列 $\{X_n\}$ の具体例を一つ構成し、その理由を述べよ。

【問 2】集合 $E = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ を考える。

点 (X, Y) が E から一様にランダムに選ばれるとする。すなわち、X と Y の同時確率密度関数は以下で与えられる。

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c & (x, y) \in E \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

(a) 定数 c を求めよ。

(b) 周辺確率密度関数 $f_X(x)$ および $f_Y(y)$ を求めよ。

(c) $Y = y$ (ただし $-1 < y < 1$) としたときの、X の条件付き確率密度関数を求めよ。

問１．　小問集合

1. ある政党 A の政策に反対するデモがある日全国で一斉に行われ、そのデモに集まった人数が次の選挙結果に与えた効果をデータから検証するとしよう。データの観測単位は選挙区iとし、y_iを次の選挙で選挙区iの政党 A の候補者が当選したか否かを表す 2 値変数（当選したとき 1、落選したとき 0)、x_iを選挙区iでそのデモに集まった人数をその選挙区の有権者数で割った値として、以下の単回帰モデルを考える。

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \qquad (i = 1,2,\dots,N)$$

(1) この単回帰モデルの最小二乗推定量$\widehat{\beta_1}$はどのようなバイアスを含むと考えられるか。考えられる要因を 1 つ挙げ、その要素のy_iおよびx_iとの関係と、$\widehat{\beta_1}$が持つバイアスの方向を簡潔に説明しなさい。

(2) (1)の懸念があるため操作変数推定を行いたいとしよう。操作変数z_iの候補として「そのデモが行われた日の選挙区iの降雨量」を考えたとき、この変数は操作変数として妥当だろうか？　操作変数の関連性の仮定（relevance）および外生性の仮定（exogeneity）それぞれについて、各仮定の定義を簡潔に説明したうえで議論せよ。

2. サンプル(x_i, y_i) $(i = 1,2,\dots,N)$を用いた単回帰モデル

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$$

の最小二乗推定量を$(\widehat{\beta_0}, \widehat{\beta_1})$、そこから得られる予測値を$\hat{y}_i = \widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1} x_i$、残差を$\hat{u}_i = y_i - \hat{y}_i$とする。このとき$\Sigma_{i=1}^{N} x_i \hat{u}_i = 0$となることを示せ。

3. 独立で同一なポアソン分布

$$P_X(x; \lambda) = \frac{\lambda^x \exp(-\lambda)}{x!} \quad (x = 0, 1, 2, \dots)$$

に従うサンプル$(x_1, \dots, x_N)$が得られたとしよう。このサンプルの対数尤度関数を求め、1 階の条件からパラメータλの最尤推定量$\hat{\lambda}$を求めよ。

問 2. 観測個体iと時点tのパネルデータ(x_{it}, y_{it}) $(i = 1,2,\dots,N, t = 1,2,\dots,T)$に対して、以下の固定効果モデルを考える。

$$y_{it} = \alpha_i + \beta x_{it} + \epsilon_{it}$$

ただしα_iは観測個体iの固定効果を表す。このとき以下の問いに答えよ。

1. 個体内変換（within transformation）$\dot{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$, $\dot{x}_{it} = x_{it} - \bar{x}_i$を用いた$\beta$の推定量$\widehat{\beta_{FE}}$を導出せよ。ただし$\bar{x}_i = \Sigma_{t=1}^{T} x_{it}/T, \bar{y}_i = \Sigma_{t=1}^{T} y_{it}/T$をそれぞれ表す。
2. 一階差分変換（first difference transformation）$\Delta y_{it} = y_{it} - y_{i,t-1}, \Delta x_{it} = x_{it} - x_{i,t-1}$ $(t = 2,\dots,T)$を用いたβの推定量$\widehat{\beta_{FD}}$を導出せよ。
3. $T = 2$のとき、$\widehat{\beta_{FE}} = \widehat{\beta_{FD}}$となることを示せ。