受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

令和８年度
学　力　検　査　問　題
試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

1．試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。

2．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間　９：００～１０：００
試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

6．解答は、解答用紙に記入してください。その際、専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください。記入されていない場合、採点されないことがあります。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

7．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和８年度
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問題に解答すること。

問題 1

N 人の消費者と L 種類の財からなる純粋交換経済 $(\succsim_i, \omega_i)_{i=1}^N$ を考える。それぞれの消費者 $i \in N$ は、(1) $\mathbb{R}_+^L$ 上に選好 $\succsim_i$ を持っており、(2)$\omega_i \equiv (\omega_{i,\ell})_{\ell=1}^L \in \mathbb{R}_+^L$ は消費者 i の初期保有を表している。なお、全ての財 $\ell \in \{1, ..., L\}$ に対して、経済全体で正の値の初期保有が存在するとする（つまり $\sum_{i=1}^N \omega_{i,\ell} > 0$ が成り立つ)。この時、次の問いに答えなさい：

1. この経済における実現可能（実行可能）な配分 $x \in \mathbb{R}_+^{N \times L}$ が**パレート効率的**であることの定義を与えなさい。なお、「パレート支配」という単語を定義なしに使うことは認めない。なお、「実現可能（実行可能）な配分」とは次の条件を満たす配分 $x \in \mathbb{R}_+^{N \times L}$ のこと：

$$\sum_{i=1}^N x_i \leq \sum_{i=1}^N \omega_i.$$

   ある配分 $x = (x_i)_{i \in N}$ が**無羨望**であるとは次を満たすことである：

$$\forall i, j \in \{1, ..., N\}, \quad x_i \succsim_i x_j.$$

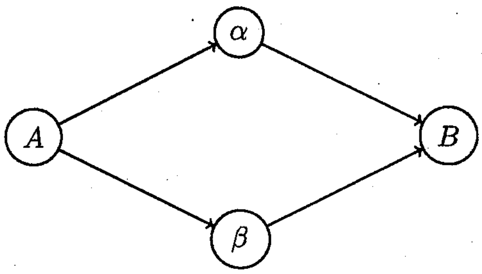
2. この小問では $N = 2$ とし、それぞれの消費者 i が持つ選好 $\succsim_i$ が凸であるとする。次の性質を満たすような任意の実現可能（実行可能）な配分 x が、無羨望性を満たすことを証明しなさい：

$$\forall i \in N, \quad x_i \succsim_i (\frac{\omega_{1,\ell} + \omega_{2,\ell}}{2})_{\ell=1}^L \quad \cdots (*)$$

3. それぞれの消費者 i が持つ選好 $\succsim_i$ が、連続・狭義凸・単調増加であるとする。この時、パレート効率的で無羨望な配分が常に存在するかを答えなさい。存在するのであれば、存在を証明し、存在しないのであれば反例を与えなさい。

問題 2

地点 A から地点 B までには 2 つのルートが存在する。1 つは中継点 α を通るもので、もう 1 つは中継点 β を通るものである。地点の移動には時間がかかり、A から α までは $1+x$、α から B へは $11+0.8x$ であり、A から β までは $11+0.8x$、β から B までは $1+x$ である。x はそのルートを通る人数で、混雑を表している。



いま、10 人のドライバー ($N=\{1,2,3\cdots,10\}$) が同時に A から B へ向かおうとしている。任意のドライバーは他のドライバーの選択を見ることなくどちらかのルートを選ぶ。ここで確率的な選択は考えない。よって、ドライバー i の戦略集合は $S_i=\{\alpha,\beta\}$ と書ける。ここで α は中継点 α を通るルート、β は中継点 β を通るルートを選択することを意味する。

ドライバーはかかる時間が短い方が嬉しいので、ドライバーの利得は

$$-(\text{移動時間})$$

とする。最後に、共有知識を仮定する。以下の設問に答えよ。

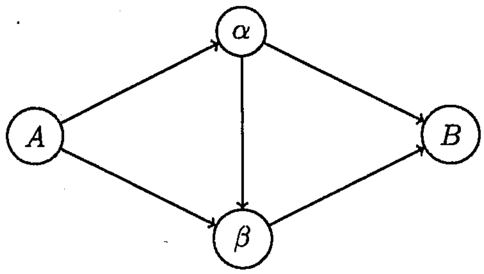
1. 全てのドライバーは対称であることから、i 以外の戦略の組 s_{-i} を α を選択した人数と β を選択した人数で表現し直すことにする。$\alpha(s_{-i})$ を s_{-i} の下で α を選択した人数とするとき、$\alpha(s_{-i})$ を数学記号のみを用いて定義しなさい。また $\alpha(s_{-i})$ を用いて $\beta(s_{-i})$ を同様に定義しなさい。数の表現は $|\cdot|$ や $\#(\cdot)$ など数学でしばしばみられる表記方法であれば何を使ってもよい。

2. 任意の i について利得関数を $\alpha(s_{-i})$ を用いて書きなさい。

3. ナッシュ均衡を全て求めなさい。またナッシュ均衡における各ドライバーの利得を求めなさい。

4. いま、α から β への新しいバイパスができたとする（バイパスは片道で β から α へは行けないことに注意)。よって、A から B へ向かうルートは3つになった。α から β までの移動には $1+0.1x$ の時間がかかるとする。

   10人のドライバーが3つのルートから1つのルートを同時に選択するとき、ナッシュ均衡を全て求めなさい。ここで、最初に選択したルートは途中で変更することができないものとする。



5. バイパスができる前とできた後のそれぞれのナッシュ均衡を比較してバイパスの必要性を議論しなさい。

統計学·計量経済学（金融プログラム）

1. 互いに独立な確率変数 X, Y について $Z = \min(X, Y)$ と定義する。

(a) $F_Z(z) = F_X(z) + F_Y(z) - F_X(z)F_Y(z)$ を示せ。(F_X, F_Y, F_Z はそれぞれ X, Y, Z の分布関数)

(b) X, Y が独立同一の標準正規分布 $\mathrm{N}(0,1)$ に従うとき Z^2 の確率密度関数を求めよ。

2. $X \sim \mathrm{Gamma}(\alpha, \beta)$ とする。その確率密度関数は

$$f_X(x) = \frac{x^{\alpha-1}e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha)\,\beta^{\alpha}}, \quad x > 0$$

であらわされる。ガンマ関数 Γ は次のように定義され、

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1}e^{-x}\,dx, \quad \alpha > 0,$$

再帰的性質

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1), \quad \alpha > 1$$

を満たす。

(a) $E(X) = \alpha\beta$ を示せ。

(b) $E\left(\frac{1}{X}\right)$ を計算せよ。

(c) $\mathrm{Var}\left(\frac{1}{X}\right)$ を計算せよ。

問1．小問集合

1. 学生の授業への出席率がその成績に与える効果をパネルデータから検証するとしよう。データの観測単位は学生i×学期tとし、y_{it}をその学期の平均成績、x_{it}をその学期の授業出席率として以下の固定効果モデルを考える.

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_1 x_{it} + \epsilon_{it}, \qquad (i = 1,2,\dots,N, t = 1,2,\dots,T)$$

ただしα_iは学生iの固定効果を表す。このモデルの固定効果推定から得られるβ_1の推定量$\widehat{\beta_1}$はどのようなバイアスを含むと考えられるか。考えられる要因を1つ挙げ、その要因のy_{it}およびx_{it}それぞれとの関係と、$\widehat{\beta_1}$が持つバイアスの方向を簡潔に説明しなさい.

2. 観測値(x_i, y_i) $(i = 1,2,\dots,N)$に対して

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \qquad (i = 1,2,\dots,N)$$

が成立している．ここで，β_0, β_1は未知の定数，(x_i, ϵ_i) $(i = 1,2,\dots,N)$は独立で同一な分布に従う確率変数の組であり，ϵ_i $(i = 1,2,\dots,N)$は観測できず，$E(\epsilon_i|x_i) = 0$ $(i = 1,2,\dots,N)$を満たしている.

このとき単回帰モデル$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$の$\beta_1$の最小二乗推定量

$$\widehat{\beta_1} = \frac{\Sigma_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

が不偏性を満たすことを示せ．ただし$\bar{x}, \bar{y}$はx_i, y_iそれぞれの標本平均を表す.

3. 独立で同一な分布に従う確率変数の組$(y_i, y_i^*, x_i, \epsilon_i)$に対して

$$y_i^* = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i,$$
$$\epsilon_i | x_i \sim Normal(0, 1),$$
$$y_i = \begin{cases} 0 & \text{if } y_i^* < 0 \\ 1 & \text{if } y_i^* \geq 0 \end{cases}.$$

が成立している．ここでβ_0, β_1は定数であり、$Normal(0,1)$は平均 0 分散 1 の正規分布（標準正規分布）を表し、$\Phi(\cdot)$をその分布関数とする.

このとき$E(y_i|x_i)$を$\Phi(\cdot)$を使った形で求めよ.

問2. 観測値(x_i, y_i, z_i) $(i = 1,2,\dots,N)$に対して、単回帰モデル

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \qquad (i = 1,2,\dots,N)$$

のx_iを内生変数と考えz_iを操作変数として用いた 2 段階最小二乗法によるパラメータ(β_0, β_1)の推定を考える．このとき以下の問いに答えよ.

なお単回帰モデル$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$の最小二乗推定量が

$$(\widehat{\beta_0}, \widehat{\beta_1}) = (\bar{y} - \widehat{\beta_1}\bar{x}, \quad \frac{\Sigma_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2})$$

であることは導出なく用いてもよい．ただし$\bar{x}, \bar{y}$はx_i, y_iそれぞれの標本平均を表す.

1. この場合の2段階最小二乗法はどのような手順となるか. 各段階の回帰分析での説明変数と被説明変数を明確に示しながら簡潔に説明せよ.
2. 1段階目の回帰から得られる被説明変数の予測値を求めよ.
3. 2段階目の回帰から得られるβ_1の推定量$\widehat{\beta_{1,2SLS}}$を求め、それが操作変数推定量

$$\widehat{\beta_{1,IV}} = \frac{\Sigma_{i=1}^{N}(z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\Sigma_{i=1}^{N}(z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})}$$

と一致することを示せ. ただし$\bar{z}$はz_iの標本平均を表す.