受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

令和６年度（２次募集）
学　力　検　査　問　題

試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

1．試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。

2．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間　９：００～１０：００
　試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
　これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
　なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

6．解答は、解答用紙に記入してください。その際、専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください。記入されていない場合、採点されないことがあります。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
　解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

7．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和６年度（２次募集）
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問題に解答すること。

問題 1

労働 L を投入して y 財を生産する企業があり、その生産関数は $y=\sqrt{L}$ である。労働市場は競争的で、労働1単位あたりの賃金は $w>0$ である。

(1) y 財が市場価格 $p>0$ で取引されるとき、この企業の労働需要 $L(p,w)$ を求めよ。

(2) この企業の生産量 $y\geq 0$ に対する費用関数 $C(y,w)$ を求めよ。

(3) y 財が市場価格 $p>0$ で取引されるとき、この企業の供給関数 $S(p,w)$ を求めよ。

以下では、y 財の市場需要関数が $y=1-p$ であるとする。賃金は w で固定し、y 財市場の部分均衡を考える。

(4) y 財がこの企業のみのよって供給され、企業がプライステイカーとして振舞う時の市場均衡 $(p^*(w),y^*(w))$ を求めよ。

(5) y 財がこの企業のみによって供給され、企業が価格支配力を行使するときの独占生産量 $y^m(w)$ および独占価格 $p^m(w)$ を求めよ。

(6) (5) における死荷重を求めよ。

(7) 市場需要曲線、(3) の供給曲線、(4) の市場均衡、(5) における企業の限界収入、独占生産量、および独占価格を、横軸 y、縦軸 p とする平面上に図示せよ。

(1) $\max\ p\sqrt{L}-wL$ 　 $\frac{p}{2}L^{-\frac{1}{2}}=w$ 　 $\frac{p}{2w}=\sqrt{L}$ 　 $\therefore L(p,w)=\frac{p^2}{4w^2}$

(2) $L=y^2$ 　 $\therefore C=wL=wy^2$

(3) $p=2wy$ 　 $y=\frac{p}{2w}$

(4)

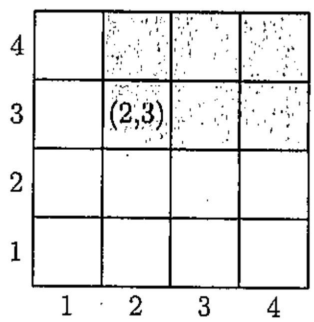
問題 2

2人のプレイヤー a と b が以下のボードゲームをプレイする。ボードは図のように $n \times n\ (n \geq 2)$ の領域に区切られており、各領域を「領域 (i, j)」と呼ぶ。ここで i と j は $i, j \in \{1, 2, \cdots, n\}$ で、それぞれ横軸と縦軸の値を表す。

ボードゲームのルール：プレイヤーが交互に領域を選択していき、あるプレイヤーが領域 $(1,1)$ を選んだ時点で、そのプレイヤーが負けとなる。つまり、ゲームはどちらかのプレイヤーが領域 $(1,1)$ を選んだ時点かつそのときに限り終了する。プレイヤー a が最初に領域を選ぶ。ここで、任意の順番で領域 $(1,1)$ 以外の領域 (i, j) が選択されると、それ以降の順番では $i' \geq i$ かつ $j' \geq j$ となる領域 (i', j') は選択できなくなる。

ゲーム終了時の利得は、勝った場合に 1、負けた場合に $-\left(\frac{1}{2}\right)^t$ となる。ここで t は $(1,1)$ が選択されるまでに要した全プレイヤーの領域選択回数とする。つまり、プレイヤー a が最初に行動し、次にプレイヤー b が $(1,1)$ を選んでゲームが終了した場合、プレイヤー a の利得は 1 でプレイヤー b の利得は $-\frac{1}{4}$ となる。

下図は $n = 4$ における、プレイヤー a が領域 $(2,3)$ を選択した場合を描いている。以降、どちらのプレイヤーも灰色の領域は選択できない。



いま上記のゲームを（ゲーム理論的に）完全情報ゲームとして分析する。また完備情報（共有知識）を仮定する。<u>純粋戦略</u>のみを考える。以下の設問に答えなさい。

(1) $n = 2$ のとき、プレイヤー a が最初に選択できる行動の集合は $\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$ である。プレイヤー a が最初に $(1,2)$ を選択したすぐ後の順番で、プレイヤー b が選択できる行動の集合を求めなさい。

(2) $n = 2$ のとき、ゲームの木を書きなさい。その際、情報集合も書き込みなさい。

(3) $n=2$ のとき、部分ゲーム完全均衡（SPE）をすべて求めなさい。SPE は利得ではなく戦略の組であることに注意しなさい。また、どのノードでの行動なのかわかるように情報集合に番号をつけるなど工夫して書きなさい。

(4) 任意の n ($n \geq 3$) について SPE を考える。2人のプレイヤーの均衡経路における行動を、それがなぜ SPE の均衡経路なのか理由も含めて説明しなさい。理由がない場合は得点を与えない。

【統計学・計量経済学】

次の４つの問から３問選び解答せよ。

問１．確率変数 $Z, X_1, X_2, \dots$ は独立にパラメータ $\lambda > 0$ のポアソン分布に従うものとする。パラメータ $\lambda > 0$ のポアソン確率関数は

$$p(k) = \frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

によって定義される。確率変数 Y を

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{if } Z = 0 \\ X_1 + X_2 + \cdots + X_z & \text{if } Z = z. \end{cases}$$

とする。以下の問いに答えよ。その際、公式

$$Var(Y) = E[Var(Y|Z)] + Var[E(Y|Z)]$$

は証明せず利用してよい。

(1) 期待値 $E(Z)$ と分散 $Var(Z)$ を求めよ。
(2) 条件付期待値 $E(Y|Z)$ を求め、$E(Y)$ を求めよ。
(3) 条件付分散 $Var(Y|Z)$ を求め、$Var(Y)$ を求めよ。

問２．確率変数列 x_n $(n = 1, 2, \dots)$ は、$|\beta| < 1$、$x_0 = 0$、期待値０分散 σ^2 の同一分布に従う独立な確率変数列 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ を用いて、

$$x_n = \beta x_{n-1} + \varepsilon_n$$

と定義される。以下の問いに答えよ。

(1) x_n を $\beta, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ で表せ。
(2) 分散 $Var(x_n)$ とその極限 $\lim_{n\to\infty} Var(x_n)$ を求めよ。
(3) $k = 1, 2, \dots$ に対して、x_{n+k} を $\beta, x_n, \varepsilon_{n+1}, \varepsilon_{n+2}, \dots, \varepsilon_{n+k}$ で表せ。
(4) 共分散 $Cov(x_n, x_{n+k})$ とその極限 $\lim_{n\to\infty} Cov(x_n, x_{n+k})$ を求めよ。

問題 3.

以下の回帰モデルを考える：$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$, $(i = 1, \cdots, n)$。ここでは、$x_i\ (< \infty)$ をすべてが同一の値をとることのない定数とみなし、また、誤差項 $\{\epsilon_i\}$ は i.i.d. である（"i.i.d." とは独立で同一の分布に従うということ）とし、$E(\epsilon_i) = 0$ 及び $Var(\epsilon_i) = \sigma^2 < \infty$ を満たすとする。

(1) OLS 推定量 $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ を求めよ。

(2) $E(\hat{\beta}) = \beta$ であることを証明せよ。

(3) $\hat{\alpha} = \alpha - (\hat{\beta} - \beta)\bar{x} + \bar{\epsilon} = \alpha - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})\epsilon_i}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right)\bar{x} + \bar{\epsilon}$ であることを証明せよ。ここで、$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, $\bar{\epsilon} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \epsilon_i$ である。

(4) $Cov(\bar{\epsilon}, \hat{\beta})$ を求めよ。

(5) $Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ を求めよ。

問題 4.

(1) 確率変数 X は分布関数 $F(x)$、密度関数 $f(x)$ をもち、その平均値 $E(X)$ 及び分散 $V(X)$ が存在するとする。ここで、$H(a) = E\{(X - a)^2\}$ を最小にする a は平均値であることを示せ。

(2) 確率変数 X は分布関数 $F(x)$、密度関数 $f(x)$ をもち、その平均値 $E(X)$ が存在するとする。ここで、$L(a) = E(|X - a|)$ を最小にする a は中央値であることを示せ。