受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

令和６年度
学　力　検　査　問　題
試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

１．試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。

２．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

３．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

４．試験時間　９：００～１０：００
試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

５．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

６．解答は、解答用紙に記入してください。その際、専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください。記入されていない場合、採点されないことがあります。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

７．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和６年度

横浜国立大学大学院国際社会科学府

博士課程前期経済学専攻

金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問題に解答すること。

問題 1

ある企業の現在の（1単位あたり）株価は $P = 100$ である。将来の株価はこの企業の経営状態 $\theta = G, B$ に依存して決まる。$\theta = G$ のとき $P = 400$、$\theta = B$ のとき $P = 36$ となるが、経営状態 θ は分からず、確率 0.2 で G、確率 0.8 で B である。ある投資家の現在の資産保有（現金）は 100 で、投資家は全資産を投じてこの企業の株を1単位購入するか否かを決定する。現金の金利はゼロとする。投資家は将来の資産 x に対して vNM 関数 $u(x) = \sqrt{x}$ を持つ、期待効用最大化主体である。

(1) 投資家はリスク回避的、リスク中立的、リスク愛好的のいずれか？理由を含めて答えよ。

(2) 投資家は株を購入するか答えよ。

(3) 投資家にとって、この企業の株を1単位保有することの確実性等価を求めよ。

(4) 市況に関する情報 $\phi = g, b$ が提供される状況を考える。企業の経営状態が G のとき、確率 r で好景気の情報 $\phi = g$ が、確率 $1 - r$ で不景気の情報 $\phi = b$ が提供される。企業の経営状態が B のとき、確率 r で不景気の情報 $\phi = b$ が、確率 $1 - r$ で好景気の情報 $\phi = g$ が提供される。市況 ϕ に応じて株価は変動せず、投資家は市況 ϕ を観察したあと株を購入するか否かを決定する。$\phi = g$ のとき投資家が株を購入する r の範囲を求めよ。

問題 2

２人のプレイヤー A, B が、同時手番ゲームを行う。プレイヤー A は a_1 か a_2 という行動を選択できる。プレイヤー B は b_1 か b_2 という行動を選択できる。プレイヤーの利得は、以下の表で与えられる。ここで各マスの値は、左側がプレイヤー A の、右側はプレイヤー B の利得を表し、$x_1, x_2 > -1$, $y_1, y_2 < 1$ とする。

$A \setminus B$	b_1	b_2
a_1	x_1, y_1	$-1, 1$
a_2	$-1, 1$	x_2, y_2

1 −1

プレイヤー A の戦略空間 S_A は $\alpha \in [0, 1]$ を用いて、$\alpha a_1 + (1-\alpha)a_2$、プレイヤー B の戦略空間 S_B は $\beta \in [0, 1]$ を用いて、$\beta b_1 + (1-\beta)b_2$ と書ける。最後に、共有知識を仮定する。以下の設問に答えなさい。

(1) $x_1 = x_2$ かつ $y_1 = y_2$ であった場合のナッシュ均衡を全て求めなさい。

(2) $x_2 = 1$, $y_2 = -1$ であった場合のナッシュ均衡を全て求めなさい。

問題 3

財 x は独占企業によって供給される。独占企業の生産にかかる総費用関数は

$$C(x) = x^2$$

である。この財を需要する消費者が一人いて、消費量 $x \geq 0$ と金銭保有 $m \geq 0$ に対して効用関数

$$u(x, m) = x(60 - x) + m$$

を持つ。消費者の所得は $I > 0$ であり、金銭保有とは所得から財 x の購入額を差し引いた額のことをいう。財 x の価格を $p > 0$ とする。

(1) 独占企業がプライステイカーとして振舞うときの、財 x の供給関数 $S(p)$ を求めよ。

(2) 消費者がプライステイカーとして振舞うときの、財 x の需要関数 $D(p, I)$ を求めよ。

(3) $I = 500$ のとき、完全競争均衡（市場均衡）を求めよ。

(4) $I = 500$ とする。消費者がプライステイカーとして振舞い、独占企業が価格支配力を行使するときの、財 x の均衡価格と生産量を求めよ。

問題 4

ある市場において $n+1$ $(n \geq 1)$ 企業が生産量 x_i $(i \in \{0, 1, \cdots, n\})$ で競争している。この市場の逆需要関数は $p = a - \sum_{i=0}^{n} x_i$ で与えられる。各企業の利得は利潤と一致している。全ての企業の費用関数は $c(x_i) = cx_i$ で与えれ、$a > c$ を満たす。また共有知識と完全記憶を仮定し、純粋戦略のみに着目する。以下の設問に答えなさい。

(1) 企業 0 が最初に生産量 x_0 を決定し、残りの n 企業が x_0 を観察してから同時に生産量を決定する。このとき、0 以外の n 企業が各部分ゲームで対称に行動をするような部分ゲーム完全均衡の均衡経路における生産量を求めなさい。

(2) n の数に関わらず、企業 0 のみが先に生産量を決定する構造は変わらないとする。上記のような部分ゲーム完全均衡において、企業 0 の生産量と利潤それぞれの n の数に対する比較静学を行いなさい。

【統計学・計量経済学(金融プログラム)】

以下の問1～4のうち3つを選んで答えよ.

問1. 確率変数 X_1, X_2 は独立にパラメータ $\lambda > 0$ の指数分布に従うものとする。ここでパラメータ $\lambda > 0$ の指数分布の密度関数は以下で与えられる。

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp\{-\lambda x\} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x \leq 0. \end{cases}$$

確率変数 Y_1, Y_2 を

$$Y_1 = \min(X_1, X_2), \quad Y_2 = \max(X_1, X_2)$$

とし, Y_1, Y_2 の同時分布関数を

$$F(y_1, y_2) = P(Y_1 \leq y_1, Y_2 \leq y_2)$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1) X_1 分布関数 $F_X(x) = P(X_1 \leq x)$ を求めよ。

(2) $y_1 \leq y_2$ に対して, $F(y_1, y_2)$ を求めよ。このとき等式

$$F(y_1, y_2) = P(Y_2 \leq y_2) - P(y_1 < Y_1, Y_2 \leq y_2)$$

を用いてよい。

(3) $y_1 > y_2$ に対して, $F(y_1, y_2)$ を求めよ。

(4) Y_1, Y_2 の同時密度関数 $f(y_1, y_2)$ を

$$f(y_1, y_2) = \frac{\partial^2 F(y_1, y_2)}{\partial y_1 \partial y_2}$$

によって求めよ。

(5) Y_1 と $Z = Y_2 - Y_1$ の同時密度関数 $g(y_1, z)$ を求めよ。

(6) $Z = Y_2 - Y_1$ の周辺密度関数 $g(z)$ を求めよ。

問2. $n+1$ 個の確率変数 $X, Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ は独立で, X は成功確率 $p \in (0,1)$, 試行回数 n の二項分布に従い, $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ は同一にパラメータ $\lambda > 0$ のポアソン分布に従うものとする。ここで成功確率 $p \in (0,1)$, 試行回数 n の二項確率関数は

$$p(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

によって定義される。パラメータ $\lambda > 0$ のポアソン確率関数は

$$p(z) = \frac{\exp(-\lambda)\lambda^z}{z!}, \quad z = 0, 1, 2, \ldots$$

によって定義される。以下の問いに答えよ。

(1) Z_1 のモーメント母関数（積率母関数）$m_Z(t) = E[\exp(tZ)]$ を求めよ。

(2) モーメント母関数 $m_Z(t)$ を 1 回微分することにより期待値 $E(Z)$ を求めよ。

(3) $Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n$ が従う分布をもとめよ。このときモーメント母関数の一意性をもちいてよい。

(4) $X = x, \quad x = 0, 1, 2, \ldots, n$ が与えられたとき、確率変数 Y は以下のように定義されるものとする。

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{if } X = 0 \\ Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_x & \text{if } X = x. \end{cases}$$

このとき条件付確率 $P(Y = y|X = x)$ を求めよ。

(5) 条件付期待値 $E(Y|X = x)$ を求め、$E(Y)$ を求めよ。

問題 3. 小問集合

(1) 以下の定数項と誤差項から構成される回帰モデルを考える：$y_i = \alpha + \epsilon_i$, $(i = 1, \cdots, n)$。ここでは、誤差項 $\{\epsilon_i\}$ は i.i.d. である（"i.i.d." とは独立で同一の分布に従うということ）とし、$E(\epsilon_i) = 0$ 及び $Var(\epsilon_i) = \sigma^2 < \infty$ を満たすとする。このとき、OLS 推定量 $\hat{\alpha}$ を求め、$\hat{\alpha}$ が不偏推定量及び一致推定量であることを証明せよ。

(2) 多重共線性とはどのような現象かを簡潔に説明せよ。

(3)「$X_1, X_2, \cdots, X_n$ は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う確率変数とする。このとき、これらの二乗和である $Y = X_1^2 + X_2^2 \cdots + X_n^2$ は自由度 n のカイ自乗分布に従う。」という記述は正しいか。正しいならば、「正しい」と回答し、正しくないならばどこが誤っているのかを記述せよ。

(4) 以下の回帰モデルを考える：$\log y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$, $(i = 1, \cdots, n)$。ここでは、x_i $(< \infty)$ を確率変数とみなし、$E(u_i|x_i) = 0$ 及び $Var(u_i|x_i) < \infty$ を満たすとする。このとき、$E(y_i|x_i)$ を求めよ。

(5) 被説明変数を確率変数 Y_i $(i = 1, \cdots, n)$ とし、確率変数 X_i を唯一の説明変数とする定数項のある単回帰モデルにおいて、確率変数 X_i の係数が弾力性を意味することとなる回帰モデルを記述せよ。なお、弾力性とは説明変数と被説明変数の変化率の関係であり、$(\Delta Y/Y)/(\Delta X/X)$ である。

問題 4.

互いに独立な確率変数 X_i, $(i = 1, \cdots, n)$ が $X_i = 1$ となる確率が p、$X_i = 0$ となる確率が $1 - p$ のベルヌーイ分布に従うとする。

(1) $a = \sum_{i=1}^{n} X_i$ とするとき、尤度関数 $L(p)$ を記述せよ。

(2) p の最尤推定量を求めよ。

(3) p の最尤推定量が不偏推定量となることを証明せよ。