受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

令和４年度（２次募集）
学　力　検　査　問　題

試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

1．試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。

2．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間　９：００～１０：００
　試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
　これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
　なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

6．解答は、解答用紙に記入してください。その際、専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください。記入されていない場合、採点されないことがあります。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
　解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

7．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和４年度（２次募集）
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問いに対し解答すること。

問題　1

今月のお小遣い 5 万円を、今月と来月に支出する個人の効用関数として、以下の関数形を考える。

(a)　$u(C_1, C_2) = min\{C_1, C_2\}$

(b)　$u(C_1, C_2) = 2C_1C_2$

(ただし、ここでuは効用水準、C_1は今月の支出、C_2は来月の支出である。)今月の貯蓄には利子がつき、利子率は 2%とする。

(1)　この個人の直面する予算制約と、(a)と(b)の場合の無差別曲線をそれぞれ図示せよ。

(2)　(a)と(b)の個人の今月と来月の支出額はそれぞれいくらか。

問題　2

1つの財yを生産する企業を考える。生産量$y \geq 0$についての可変費用を$y + c\frac{y^2}{2}$とし、また固定費用をｄとする。ここで、$c, d \geq 0$である。固定費用はサンクしていないとする。

(1)　限界費用関数および平均費用関数をｃとｄの関数として求めよ。

(2)　競争市場において、生産物の価格が２として一定であるとき、プライス・テーカーであるこの企業の利潤を最大化する生産量をｃとｄの関数として示せ。

(3)　独占市場において、生産物の価格が$2 - y$として表されるとき、この企業の利潤を最大化する生産量をｃとｄの関数として示せ。

問題 3

二種類の財xとyが存在し、二人の消費者 A と B がいる純粋交換経済を考える。消費者 A の効用関数は$u_A(x_A, y_A) = x_A^2 y_A$であり、消費者 B の効用関数は$u_B(x_B, y_B) = x_B y_B^2$である。初期保有配分を$\left((e_A^x, e_A^y), (e_B^x, e_B^y)\right) = \left((0, 12), (9, 0)\right)$とする。

(1) 財の価格ベクトルを(p_x, p_y)とするとき、消費者 A の各財に対する需要量（需要関数）を求めよ。

(2) ワルラス均衡（競争均衡）配分$\left((x_A^*, y_A^*), (x_B^*, y_B^*)\right)$、および均衡価格比$p_x/p_y$を求めよ。

(3) エッジワース・ボックス内に、初期保有配分とワルラス均衡配分を図示し、ワルラス均衡配分を通る各消費者の無差別曲線を描け。ただし、どの点が初期保有配分で、どの点がワルラス均衡配分で、どの曲線が消費者 A の無差別曲線で、どの曲線が消費者 B の無差別曲線かを明記すること。

問題 4

二企業 1, 2 が製品差別化された財市場において価格競争を行う。企業$i = 1, 2$の限界生産費用は同一かつ一定で、$c_i = 2$である。二企業がつける価格の組(p_1, p_2)に対して、企業iが生産する財に対する需要関数$D_i(p_1, p_2)$は

$$D_1(p_1, p_2) = 14 - 2p_1 + p_2$$
$$D_2(p_1, p_2) = 14 - 2p_2 + p_1$$

で、企業iの利潤は$u_i = D_i(p_1, p_2)(p_i - c_i)$である。

(1) 二企業が同時に価格を決定するとき、（純粋戦略）ナッシュ均衡を求めよ。

(2) 最初に企業 1 が価格p_1を決定し、それを観察した後企業 2 が価格p_2を決定する動学ゲームを考える。このときの部分ゲーム完全均衡と、その結果（均衡経路）を求めよ。

【統計学・計量経済学（金融プログラム）】

次の４つの問から３つ選び解答せよ。

問１．２つの確率変数 U, V は独立に $(0,1)$ 上の一様分布に従うものとする。ここで $(0,1)$ 上の一様分布とは、以下の密度関数をもつ確率分布のことである。

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{if それ以外.} \end{cases}$$

U, V のうち大きい方を X, 小さい方を Y とする。すなわち、
$X = \max(U, V), Y = \min(U, V)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) X と Y の分布関数 $F_X(x) = P(X \leq x)$、$F_Y(y) = P(Y \leq y)$ を求めよ。
(2) X と Y の密度関数 $f_X(x)$、$f_Y(y)$ を求めよ。
(3) X と Y の期待値と分散を求めよ。

問２．独立な連続確率変数 $X_1, \ldots, X_n$ は次の密度関数を持つものとする。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{\frac{1}{\theta}-1}, & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{if それ以外.} \end{cases}$$

ただし $\theta > 0$ である。

(1) $X_1, \ldots, X_n$ が与えられたときの θ の最尤推定量 $\hat{\theta}_n$ を求めよ。
(2) $Y_i = -\log X_i (i = 1, \ldots, n)$ としたときの Y_i の密度関数を求め、$E(Y_i)$ および $Var(Y_i)$ を計算せよ。
(3) n を大きくしたとき、最尤推定量 $\hat{\theta}_n$ が θ に確率収束することを示せ。すなわち任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$\lim_{n \to \infty} P\{|\hat{\theta}_n - \theta| \geq \varepsilon\} = 0$$

を示せ。その際、以下のチェビシェフ不等式は用いて良い。確率変数 Y の期待値と分散を μ, σ^2 とするとき、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$P\{|Y - \mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

となる。

問　3．

非確率的な $x_i\ (i = 1, \cdots, n)$ があり、これらはすべてが同じ値をとることはないとする。さらに、$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$ として与えられているとする。ここで、u_i が i.i.d. $N(0, \sigma^2)$ にしたがっているとする。"i.i.d." とは独立で同一の分布に従うという意味であり、σ^2 は有限の値をとるとする。

(1) 尤度関数 $L(\beta_0, \beta_1, \sigma^2)$ を記述せよ。

(2) 最尤推定量 $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}^2)$ を求めよ。

(3) 最小二乗法を使って最小二乗推定量 $(\bar{\beta}_0, \bar{\beta}_1)$ を求め、最尤推定量 $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ が最小二乗推定量 $(\bar{\beta}_0, \bar{\beta}_1)$ に等しいことを証明せよ。

(4) 最尤推定量 $\hat{\sigma}^2$ が不偏推定量ではないことを証明せよ。

(5) 最尤推定量 $\hat{\beta}_1$ が不偏推定量であることを証明せよ。

問　4．

標準正規分布の密度関数が $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ として与えられ、また、その分布関数が $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \phi(z)dz$ として与えられているとする。ここで、$\mathrm{Prob}(A) = \int_A \phi(z)dz$ とする。

(1) $\phi(x)$ がある。さらに $\phi(x|A) = \frac{\phi(x)}{\mathrm{Prob}(A)},\ x \in A$ もある。これらの密度関数を同一平面上に図示せよ。ここで、$A = (c, \infty)$ であり、$c > 0$ とする。

(2) $E(X|A) = \frac{1}{\mathrm{Prob}(A)} \int_A x\phi(x)dx$ を $\phi(\cdot)$ と $\Phi(\cdot)$ を使って表せ。ここで、$A = [c_1, c_2]$ であり、c_1 及び c_2 は有限の値をとるとする。