受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

令和４年度
学　力　検　査　問　題
試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

1．<u>試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。</u>

2．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間　９：００～１０：００
　試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
　これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
　なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

6．解答は、解答用紙に記入してください。その際、<u>専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください</u>。<u>記入されていない場合、採点されないことがあります</u>。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
　解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

7．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和４年度
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問いに対し解答すること。

問題 1

ある個人の効用関数は、ある財の消費量xと貨幣の保有量yに依存し、

$$u(x,y) = \frac{1}{30}x(100-x) + y$$

で表される。（ただし$0 \leq x \leq 50$とする。）この個人はプライステイカーで、貨幣を100ドルだけ保有している。消費財の価格は 2 ドルとする。

(1)　この個人の予算制約を答えよ。

(2)　この個人の最適消費量を求めよ。

(3)　この個人が得る消費者余剰を求めよ。

問題 2

ある食品工場では、原料である小麦cを用いて、パンaとパスタbを同時に生産できる。この工場では小麦の投入量cに対して、$a^2 + 2b^2 \leq c$を満たすパンとパスタの組み合わせ(a,b)が生産可能である。

この工場を持つ企業はプライステイカーであるとする。小麦の価格が 1、パンの価格が 4、パスタの価格が 2 とする。

(1)　この企業の利潤をa,bの関数として書け。

(2)　この企業が利潤を最大化するときのパン、パスタの生産量および小麦の投入量を求めよ。

問題 3

ある消費者のx財とy財に対する効用関数は$u(x,y)=xy+x$である。

(1) この消費者と同一の選好を表現する効用関数を①～⑤から選べ。(ただし、ln は自然対数を表す。)

① $u(x,y)=\ln xy+\ln x$

② $u(x,y)=\sqrt{xy}+\sqrt{x}$

③ $u(x,y)=(x+1)(y+2)$

④ $u(x,y)=\ln x+\ln(y+1)$

⑤ $u(x,y)=\sqrt{x}+\sqrt{y+1}$

(2) 財の価格ベクトルを(p_x,p_y)、所得をIとするとき、この消費者の需要関数を求めよ。ただし、$p_y<I$とする。

次に、2 種類の財xとyが存在し、二人の消費者 A と B がいる純粋交換経済を考える。各消費者の効用関数はそれぞれ

$$u_A(x_A,y_A)=x_Ay_A+x_A,$$
$$u_B(x_B,y_B)=x_By_B+x_B$$

とする。初期保有配分を$\left((e_A^x,e_A^y),(e_B^x,e_B^y)\right)=\left((4,11),(6,2)\right)$とする。

(3) ワルラス均衡（競争均衡）配分$\left((x_A^*,y_A^*),(x_B^*,y_B^*)\right)$、および均衡価格比$p_x/p_y$を求めよ。

(4) エッジワース・ボックス内に、初期保有配分と競争均衡配分を図示し、初期保有配分を通る各消費者の無差別曲線を描け。ただし、どの点が初期保有配分で、どの点が競争均衡配分で、どの曲線が消費者 A の無差別曲線で、どの曲線が消費者 B の無差別曲線かを明記すること。

問題4

二企業 1, 2 が製品差別化された財市場において生産量競争を行う。企業の限界生産費用は同一かつ一定で、$c_1 = c_2 = 10$とする。二企業の生産量の組(q_1, q_2)に対して、企業$i = 1, 2$が生産する財の需給一致価格（逆需要関数）$P_i(q_1, q_2)$は

$$P_1(q_1, q_2) = 50 - 2q_1 - \alpha q_2$$
$$P_2(q_1, q_2) = 50 - 2q_2 - q_1$$

である。

(1) $\alpha = 1$とし、二企業が同時に生産量を決定するクールノー競争を考える。ナッシュ均衡と、そのときの企業の利潤を求めよ。

(2) 企業 1 が更なる製品差別化のための商品開発を行える状況を考える。最初に、企業 1 は商品開発を行うか否かを決定する。商品開発を行った場合、企業 2 との製品差別化でより優位に立てるので$\alpha = 0$となり、行わなかった場合$\alpha = 1$となる。企業 2 が企業 1 の決定を観察したあと、二企業は同時に生産量を決定する。商品開発を行う場合、企業 1 には開発費用（固定費用）50 が発生する。このときの部分ゲーム完全均衡と、その結果（均衡経路）を求めよ。

【統計・計量経済学】

以下の4つの問題から3つを選び解答せよ.

問1．正整数 n に対して確率変数 X_n は次の確率関数を持つものとする。

$$P\left(X_n = \frac{k}{2^n}\right) = \frac{1}{2^n} \quad \text{if } k =, 1, 2, 3, \ldots, 2^n$$

また確率変数 X は $[0,1]$ 上の一様確率変数とする。ここで $[0,1]$ 上の一様確率変数とは、以下の密度関数をもつ確率変数のことである。

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{if それ以外.} \end{cases}$$

以下の問いに答えよ。

(a) 期待値 $E(X_n)$ と $E(X)$ を求め，$\lim_{n\to\infty} E(X_n) = E(X)$ を示せ。

(b) 分散 $Var(X_n)$ と期待値 $Var(X)$ を求め，$\lim_{n\to\infty} Var(X_n) = Var(X)$ を示せ。

(c) 実数 t に対し，X_n のモーメント母関数 $m_{X_n}(t) = E(e^{tX_n})$ と X のモーメント母関数 $m_X(t) = E(e^{tX})$ を求め，$\lim_{n\to\infty} m_{X_n}(t) = m_X(t)$ を示せ。

問2．確率変数 X は次の密度関数を持つものとする。

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^{\lambda-1}, & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{if それ以外.} \end{cases}$$

ただし $\lambda > 0$ である。

(a) $Y = -\log X$ とするとき，Y の分布関数 $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ を求めよ。

(b) 分布関数 $F_Y(y)$ を微分することにより、密度関数 $f_Y(y)$ を求めよ。

(c) 期待値 $\mu = E(Y)$ および分散 $\sigma^2 = Var(Y)$ を λ で表わせ。

(d) $X_1, X_2, \ldots, X_n$ は独立で，それぞれ密度関数 f を持つものとする。

$$Y_i = -\log X_i \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

が観測されたとき，(b) をヒントにして期待値 μ の不偏推定量 $\hat{\mu}_n$ を求めよ。

(e) $\hat{\mu}_n$ が μ に確率収束することを示せ。すなわち任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$\lim_{n\to\infty} P\{|\hat{\mu}_n - \mu| \geq \varepsilon\} = 0$$

を示せ。その際、以下のチェビシェフ不等式は用いて良い。
　確率変数 Y の期待値と分散を μ, σ^2 とするとき、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$P\{|Y-\mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

となる。

問題 3.

(A). 回帰モデルが以下のように与えられているとする：$y_i = \alpha x_i + u_i$, $i = 1, ..., n$。ここでは、x_i を有限な定数とみなし、また、誤差項 $\{u_i\}$ は i.i.d. である（独立で同一の分布に従うということ）とし、$E(u_i) = 0$ 及び $Var(u_i) = \sigma^2 (< \infty)$ を満たすとする。

(1) OLS 推定量 $\hat{\alpha}$ を求めよ。

(2) OLS 推定量 $\hat{\alpha}$ が不偏推定量であることを示せ。

(3) OLS 推定量 $\hat{\alpha}$ の分散を求めよ。

(4) OLS 推定量 $\hat{\alpha}$ が α に確率収束することを示せ。

(B). 上の回帰モデルとは別のモデルを考える。ここでは、真のモデルは $y_i^* = \beta x_i^*$ であるが、$x_i = x_i^* + e_i$ について、e_i は計測誤差（measurement error）であり、x_i はデータとして観測されている変数であるとし、さらに、$y_i = y_i^* + a_i$ については、a_i は計測誤差であり、y_i はデータとして観測されている変数であるとする。このモデルでは、以下の仮定が満たされているとする：$E(e_i) = E(a_i) = 0$, $E(a_i e_i) = 0$ かつ $E(x_i^* e_i) = E(x_i^* a_i) = E(y_i^* e_i) = E(y_i^* a_i) = 0$。また、ここで考えられているそれぞれの変数は i.i.d（独立で同一の分布）に従う確率変数であるとも仮定する。

(5) データとして観測可能な変数を使って OLS をして得られた OLS 推定量 $\hat{\alpha}$ が一致推定量とはならないことを示せ。

(6) データとして観測可能な変数 x_i に対する操作変数 z_i があるとする。z_i を使って操作変数推定量 $\hat{\alpha}_{IV}$ を求めよ。

問題 4.

(1) 確率変数 X と Y について、$Var(X) = E(Var(X|Y)) + Var(E(X|Y))$ が成り立つことを証明せよ。

(2) 確率変数 X と Y について、$Var(X) \geq E(Var(X|Y))$ が成り立つことを証明せよ。