受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

令和３年度
学　力　検　査　問　題
試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

1．試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。

2．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間　９：００～１０：００
試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
これら**2科目から1科目を選択**し、解答してください。
なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

6．解答は、解答用紙に記入してください。その際、専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに〇を記入してください。記入されていない場合、採点されないことがあります。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に〇を記入してください。
解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

7．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和３年度
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

ミクロ経済学・・・・・・・・Ｐ　１
統計学・計量経済学・・・・Ｐ　５

#【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問題に解答すること。

問題 1

2 種類の財がある経済を考える。財 1, 2 の価格をそれぞれ p_1, p_2 とし、消費者の所得を I とする。p_1, p_2, I はいずれも正であるとする。次の問いに答えなさい。

(1) ある消費者の効用関数が $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ であるとする。この消費者の各財に関する需要関数を求めなさい。

次に、この市場には n 人の消費者がいて、すべての消費者が (1) と同じ効用関数を持っているとする。p_2 が一定で $p_2 = 1$ であり、各消費者の所得が $I = 1$ である状況を考える。財 1 を供給する独占企業が存在し、その費用関数は $C(y_1) = y_1$ であるとする。

(2) 独占企業が財 1 の価格を p_1 と設定するときの独占企業の収入を p_1 の式で書きなさい。

(3) 財 1 の独占価格を求めなさい。

問題 2

二人のプレーヤー1，2 が次のような高々2 期間のゲームをプレイする。第 1 期に、各プレーヤーは同時に A または B から行動を選択する。両者が A を選択すると、ゲームは第 2 期に進む。どちらか一方でも B を選択するとゲームは終了し、下記のように利得が定まる。

第 1 期		2	
		A	B
1	A	第 2 期に進む	0, 2
	B	2, 0	2, 2

第 2 期に進んだ場合、各プレーヤーは同時に C または D から行動を選択し、下記のように利得が定まる。

第 2 期		2	
		C	D
1	C	5, 5	0, 3
	D	3, 0	1, 1

(1) このゲームをゲームの木を用いて表現せよ。プレーヤーの利得や情報集合についても明記すること。

(2) 各プレーヤーの純粋戦略をすべて列挙せよ。

(3) 純粋戦略の部分ゲーム完全均衡をすべて求めよ。

(4) 混合戦略を用いる部分ゲーム完全均衡をひとつ求めよ。

問題 3

2 種類の財（x 財と y 財）と、2 名の消費者（消費者 A と消費者 B）が存在する純粋交換経済を考える。消費者 A の効用関数が $u_A(x_A, y_A) = x_A y_A$ であり、消費者 B の効用関数が $u_B(x_B, y_B) = x_B y_B$ であるとする。初期保有配分を $e = \left((e_A^x, e_A^y), (e_B^x, e_B^y)\right)$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) 競争均衡（ワルラス均衡）における価格ベクトルを (p_x, p_y) とおく。p_x, p_y がみたすべき方程式を e を用いて書きなさい。

(2) $e_A^x = 8, e_A^y = 3, e_B^x = 4, e_B^y = 6$ とする。(1) の方程式を解くことにより、競争均衡価格比 p_x/p_y を求めなさい。

(3) (2) から、競争均衡配分 $\left((x_A^*, x_B^*), (y_A^*, y_B^*)\right)$ を求めなさい。

(4) エッジワース・ボックス上に、下の (a), (b), (c) を図示しなさい。ただし、各座標軸の記号を明記するとともに、縦横の比率も含めてできるだけ正確に描くこと。また、図の中でどれが (a), (b), (c) であるかをそれぞれ明示すること。

(a) 消費者 A の無差別曲線のうち、競争均衡配分を通るもの

(b) 消費者 B の無差別曲線のうち、競争均衡配分を通るもの

(c) 初期保有配分 e

問題 4

二つの企業 1, 2 が同質財の市場において生産量競争を行っている。各企業の生産費用関数は同一で、企業i $(i = 1,2)$の生産量$q_i \geq 0$に対する生産費用は$C(q_i) = 5q_i$である。総生産量$Q = q_1 + q_2$に対して、財の逆需要関数は$P = 20 - Q$である。

(1) 2 企業が同時に生産量を決定するとき、クールノー・ナッシュ均衡における各企業の生産量と、均衡における各企業の利潤を求めよ。

(2) 以下のような、企業 1 のみ生産技術開発を行える状況を考える。最初に企業 1 は技術開発を行うか否かを決定する。この決定は企業 2 に観察される。企業 1 が技術開発を行わない場合、2 企業は同時に生産量を決定する。企業 1 が技術開発を行った場合、企業 1 は固定費用$F = 5$を支払って、生産費用関数が$\hat{C}(q_1) = 2q_1$となる。ただし技術開発を行った場合、企業 1 は直ちには生産できず、企業 2 が先に生産量q_2を決定する。企業 1 はq_2を観察した後、q_1を決定する。この動学ゲームの部分ゲーム完全均衡と、均衡での各企業の生産量を求めよ。

【統計学・計量経済学（金融プログラム）】

次の４つ問のうちから３つ選び解答せよ。

問１．確率変数 U, V は独立にパラメータ $\lambda > 0$ の指数分布に従うものとする。ここでパラメータ $\lambda > 0$ の指数分布の密度関数は以下で与えられる。

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp\{-\lambda x\} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x \leq 0. \end{cases}$$

U, V のうち大きい方を X, 小さい方を Y とする。すなわち、$X = \max(U, V), Y = \min(U, V)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) X と Y の分布関数 $F_X(x) = P(X \leq x)$、$F_Y(y) = P(Y \leq y)$ を求めよ。

(2) X と Y の密度関数 $f_X(x)$、$f_Y(y)$ を求めよ。

(3) X と Y の期待値をそれぞれ求め、X と Y の共分散を求めよ。

問２．パラメータ $\lambda > 0$ のポアソン分布の確率関数は

$$p(z) = \frac{\exp(-\lambda)\lambda^z}{z!}, \quad z = 0, 1, 2, \ldots$$

によって定義される。以下の問いに答えよ。

(1) Z がパラメータ $\lambda > 0$ ポアソン分布に従うとき。そのモーメント母関数（積率母関数）$m_Z(t) = E[\exp(tZ)]$ を求めよ。

(2) モーメント母関数 $m_Z(t)$ を１回微分することにより期待値 $E(Z)$ を求めよ。

(3) $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n, \quad n = 1, 2, \ldots$ がそれぞれ独立にパラメータ $\lambda > 0$ のポアソン分布に従うものとする。$Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n$ が従う分布をもとめよ。このときモーメント母関数の一意性をもちいよ。

(4) $X, Z_1, Z_2, \ldots$ がそれぞれ独立にパラメータ $\lambda > 0$ のポアソン分布に従うものとする。$X = n, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$ が与えられたとき、確率変数 Y は以下のように定義されるものとする。

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{if } X = 0 \\ Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n & \text{if } X = n. \end{cases}$$

このとき条件付確率 $P(Y = k | X = n)$ を求めよ。

(5) 条件付期待値 $E(Y|X = n)$ を求め、$E(Y)$ を求めよ。

#【統計・計量経済学(金融プログラム)】

問3．　互いに無相関の確率変数 $e_1,\dots,e_n$ は、期待値0、分散σ^2を持つ。$x_1,\dots,x_n$ は実数値をとる非確率変数であり、$\overline{x}=(x_1+\dots+x_n)/n$とし、$x_1,\dots,x_n$はすべて同一の値とはならないものとする。実数 α,β に対し、確率変数 $y_1,\dots,y_n$ は$y_t=\alpha+\beta x_t+e_t\ (t=1,\dots,n)$ によって発生するものとする。

(1) $\hat{\beta}=\dfrac{(x_1-\overline{x})y_1+\cdots+(x_n-\overline{x})y_n}{(x_1-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2}$ の期待値と分散を求めなさい。

(2) 定数 $c_1,\dots,c_n$ に対して、$b=c_1y_1+\dots+c_ny_n$ とするとき、α,β の値にかかわらず $E[b]=\beta$ となる条件を、$c_1,\dots,c_n$ について求めなさい。

(3) 小問(1)で求めた$\hat{\beta}$の分散は、小問(2)で求めた条件のもとでは、bの分散より小さいか等しいことを示しなさい。ただし、実数 $s_1,\dots,s_n,t_1,\dots,t_n$ に対して、$(s_1t_1+\dots+s_nt_n)^2\le(s_1^2+\dots+s_n^2)(t_1^2+\dots+t_n^2)$が成立することは証明なく用いてよい。

問4．　互いに無相関の確率変数 $e_1,\dots,e_n$ は、期待値0で、互いに異なる分散σ_t^2を持つ。

$x_1,\dots,x_n$ は実数値をとる非確率変数であり、$\overline{x}=(x_1+\dots+x_n)/n$とし、$x_1,\dots,x_n$はすべて同一の値とはならないものとする。実数 α,βに対し,確率変数 $y_1,\dots,y_n$ は
$y_t=\alpha+\beta x_t+e_t\ (t=1,\dots,n)$ に従って発生するものとする。

(1)　$\hat{\beta}=\dfrac{(x_1-\overline{x})y_1+\cdots+(x_n-\overline{x})y_n}{(x_1-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2}$ の期待値と分散を求めなさい。

(2) $b=\dfrac{(x_1-\overline{x})y_1/\sigma_1^2+\cdots+(x_n-\overline{x})y_n/\sigma_n^2}{(x_1-\overline{x})^2/\sigma_1^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2/\sigma_n^2}$ の期待値と分散を求めなさい

(3) $\hat{\beta}$ の分散は、b の分散より大きいか等しいことを示しなさい。ただし、実数

$s_1,\dots,s_n,t_1,\dots,t_n$に対して、$(s_1t_1+\dots+s_nt_n)^2\le(s_1^2+\dots+s_n^2)(t_1^2+\dots+t_n^2)$が成立することは証明なく用いてよい。