受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース
令和２年度（２次募集）
学　力　検　査　問　題
試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

１．<u>試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。</u>

２．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

３．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

４．試験時間　９：００～１０：００
　試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

５．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
　これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
　なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

６．解答は、解答用紙に記入してください。その際、<u>専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください</u>。<u>記入されていない場合、採点されないことがあります</u>。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
　解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

７．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和２年度（２次募集）
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

2 262

【ミクロ経済学（金融プログラム）】

すべての問題に解答すること。

問題1

1種類の製品を生産する企業がある。生産には労働と資本が必要で、労働 $L \geq 0$ と資本 $K \geq 0$ を投入したときの生産量は $y = F(L, K) = 2L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}}$ であるとする。単位労働あたりの賃金を $w = 1$、資本のレンタルプライスを $r = 1$ とする。この企業はプライス・テイカー（価格受容者）であるとして、次の問いに答えなさい。

(1) 生産量 $y \geq 0$ を達成するための最小の費用を求めなさい。

(2) この製品に関する市場需要関数が $D(p) = 2 - p$ であるとき、この製品の市場均衡価格を求めなさい。

(3) (2) のとき、この製品の市場における消費者余剰と生産者余剰の大きさを計算しなさい。

問題2

企業1と2の供給する財は差別化されていて、2つの財の需要関数が以下のようにあらわされているとする。

$$q_1 = 5 - 2p_1 + p_2, \quad q_2 = 5 + p_1 - 2p_2$$

各企業の限界費用は1であり、固定費用は0とする。

(1) 静学のベルトラン・ナッシュ均衡における各企業の生産量、価格、利潤を求めよ。

(2) 企業1が先手で企業2が後手の逐次的価格競争の部分ゲーム完全均衡を求めよ。

問題 3

2 種類の財（x 財と y 財）と、2 名の消費者（消費者 A と消費者 B）が存在する純粋交換経済を考える。初期時点で、この経済には x 財が e_x 単位、y 財が e_y 単位存在しているとする（ただし、e_x, e_y はいずれも正とする）。消費者 A の効用関数を $u_A(x_A, y_A)$、消費者 B の効用関数を $u_B(x_B, y_B)$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) 配分 $\big((x_A, y_A), (x_B, y_B)\big)$ が実行可能（feasible）であるとはどういうことか？数式を用いて定義を書きなさい。

(2) 実行可能な配分 $\big((x_A, y_A), (x_B, y_B)\big)$ がパレート効率的（パレート最適）であるとはどういうことか？数式を用いて定義を書きなさい。

(3) $(e_x, e_y) = (1, 1)$、$u_A(x_A, y_A) = 2\sqrt{x_A} + \sqrt{y_A}$、$u_B(x_B, y_B) = \sqrt{x_B} + 2\sqrt{y_B}$ とする。実行可能な配分 $\big((x_A, y_A), (x_B, y_B)\big)$ がパレート効率的であるとき、y_A を x_A の式で表しなさい。

(4) (3) の状況で、契約曲線（パレート効率的な実行可能配分の集合）を、エッジワース・ボックス内に図示しなさい。

問題 4

公益事業を営んでいる独占企業を考える。この公益企業の生産物に対する逆需要関数が $p = 100 - Q$ で、費用関数が $C = 20Q + 10000$ であるとする（C：総費用、20：限界費用、Q：総生産量、10000：固定費用）。

(1) 独占企業の平均費用が $Q(>0)$ について逓減することを証明せよ。

(2) 政府が規制によって総余剰（社会厚生）を最大化する価格づけを独占企業に強制したとする。このときの価格と総余剰を求めよ。

(3) 総余剰を最大化する価格づけを独占企業に強制したとき、この企業が市場から退出しないために政府はどのくらいの補助金を独占企業に与える必要があるか。

#【統計学・計量経済学（金融プログラム）】

次の問１から問４のうちから２つ選び解答せよ。

問 1. 確率変数 X_1, X_2 は独立に同一な確率関数

$$p(x) = \theta^x(1-\theta), \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

にしたがうものとする。ここで $0 < \theta < 1$ である。以下の問いに答えよ。このとき、$0 < \theta < 1$ に対する次の等式は自由に使ってよい。その際左辺の微分は、右辺を項別微分することにより得られることに注意せよ。

$$\frac{1}{1-\theta} = 1 + \theta + \theta^2 + \theta^3 + \theta^4 + \cdots .$$

(1) $E(X_1)$ を θ で表せ。
(2) $E(X_1(X_1-1))$ を θ で表せ。
(3) $P(X_1 \geq x)$、$x = 0, 1, 2, \ldots$、および $P(X_2 \geq X_1)$ を θ で表せ。
(4) $Y = X_1 + X_2$ とするとき、条件付き確率 $P(X_1 = x | Y = y)$ を θ で表せ。

問２．n 個の確率変数 $U_1, U_2, \ldots, U_n$ は独立に $[0, 1]$ 上の一様分布に従うものとする。ここで $[0, 1]$ 上の一様分布とは以下の密度関数を持つ確率分布のことである。

$$f(u) = \begin{cases} 1, & 0 \leq u \leq 1 \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

$X = \max(U_1, U_2, \ldots, U_n)$, $Y = \min(U_1, U_2, \ldots, U_n)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) X と Y の分布関数 $F_X(x) = P(X \leq x)$、$F_Y(y) = P(Y \leq y)$ を求めよ。
(2) X と Y の密度関数 $f_X(x)$、$f_Y(y)$ を求めよ。
(3) X と Y の期待値 μ_X、μ_Y 求めよ。

【統計学・計量経済学（金融プログラム）】

問３．互いに独立な確率変数$e_1, e_2, \ldots, e_n$は期待値0，分散σ^2を持つ。$x_1, \ldots, x_n$は非確率変数であり、すべて同じ値をとることはない。また$x_1 + \ldots + x_n \neq 0$とする。実定数$\beta$にたいし、確率変数$y_1, \ldots, y_n$は$y_t = \beta x_t + e_t \quad (t = 1, 2, \ldots, n)$によって発生されるとするとして、次の問に答えよ。実数$s_1, \ldots, s_n, t_1, \ldots, t_n$に対して、

$(s_1 t_1 + \ldots + s_n t_n)^2 \leq (s_1^2 + \ldots + s_n^2)(t_1^2 + \ldots + t_n^2)$が成立することは証明なく用いてよい。また、確率変数Xに対し$V(X)$は分散を表し、定数c_1, c_2、互いに独立な確率変数X_1, X_2にたいして$V(c_1 X_1 + c_2 X_2) = c_1^2 V(X_1) + c_2^2 V(X_2)$が成立することは証明なく用いてよい。

(1) $\hat{\beta} = \dfrac{x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n}{x_1^2 + \ldots + x_n^2}$の期待値と分散を求めよ。

(2) $b = \dfrac{y_1 + \cdots + y_n}{x_1 + \cdots + x_n}$の期待値と分散を求めよ。

(3) $V(\hat{\beta})$と$V(b)$の大小を比較せよ。

問４．互いに独立な確率変数$e_1, \ldots, e_n$は期待値0，分散σ^2を持つ。$x_1, \ldots, x_n$は非確率変数であり、$x_1, \ldots, x_n$はすべて同じ値をとることはない。$\bar{x} = \dfrac{x_1 + \ldots + x_n}{n}$と表す。実定数$\alpha, \beta$にたいし、確率変数$y_1, \ldots, y_n$は$y_t = \alpha + \beta x_t + e_t \quad (t = 1, \ldots, n)$によって発生されるとするとして、次の問いに答えよ。ただし、確率変数Xに対して$V(X)$は分散を表し、実定数$c_1, \ldots, c_n$と互いに独立な確率変数$X_1, \ldots, X_n$にたいして

$V(c_1 X_1 + \ldots + c_n X_n) = c_1^2 V(X_1) + \ldots + c_n^2 V(X_n)$が成立することは証明なく用いてよい。

(1) $b = \dfrac{(x_1 - \bar{x}) y_1 + \cdots + (x_n - \bar{x}) y_n}{(x_1 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}$の期待値と分散を求めよ。

(2) $c = \dfrac{x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n}{x_1^2 + \ldots + x_n^2}$の期待値と分散を求めよ。

(3) $V(b)$と$V(c)$の大小を比較せよ。