| 受験番号 | |
|---|---|

# 横浜国立大学大学院国際社会科学府
# 経済学専攻博士課程前期
# 金融プログラム特別コース

## 令和２年度
## 学　力　検　査　問　題
## 試験問題冊子（専門科目）

《注意事項》

1．<u>試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。</u>

2．受験番号を、この冊子と解答用紙・計算用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間　９：００～１０：００
　試験開始後４０分間は退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「ミクロ経済学」「統計学・計量経済学」の２科目から出題されています。
　これら２科目から１科目を選択し、解答してください。
　なお、出願時に申請した科目以外でも選択可能です。

6．解答は、解答用紙に記入してください。その際、<u>専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください</u>。<u>記入されていない場合、採点されないことがあります</u>。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。
　解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者は、英語で解答することもできます。

7．この冊子を持ち帰ってはいけません。

令和２年度
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

# 専門科目問題目次

# [ミクロ経済学（金融プログラム）]

すべての問いに対し解答すること。

## 問題 1

1 種類の財を生産する企業がある。この企業の生産に関する固定費用を 1 とし、$y$ の量の生産をするときの可変費用を $y+\frac{1}{4}y^2$ とする。各費用はサンクしていないとして、次の問いに答えなさい。

(1) 限界費用曲線、および、平均費用曲線を描きなさい。2 本の曲線が交わる場合、交点の座標を明記すること。

(2) この企業はプライス・テイカーであるとする。産出物の市場価格が $p>0$ のとき、この企業の利潤を最大にする生産量を $p$ の式として表しなさい。

(3) (2) と異なり、この企業が独占企業であるとする。この財の総需要関数が $D(p)=a-p$（ただし $a$ は正の定数）であるとき、この企業の独占生産量を $a$ の式として表しなさい。

## 問題 2

企業 $A$ と $B$ は、それぞれ 1 種類の財を供給して競争している。企業 $A$ と $B$ の財の生産量は、それぞれ $x_A$ と $x_B$ であるとする。$x_A\in[0,\infty)$、$x_B\in[0,\infty)$ である。このときの企業 $A$ と $B$ の利潤が、それぞれ $100x_A-2(x_A)^2-2(x_B)^2$、$75x_B-x_Ax_B-(x_B)^2$ によって表されるとする。すなわち、ここでは $100x_A, 75x_B$ が各企業の売り上げであり、$2(x_A)^2+2(x_B)^2$ が企業 $A$ の生産費用、$x_Ax_B+(x_B)^2$ が企業 $B$ の生産費用を表しているということである。両企業は利潤最大化を目的とし、両社は同時に生産量を決定するとする。

(1) この静学ゲームにおけるナッシュ均衡を求めよ。

(2) この静学ゲームにおいて、企業 $A$ の強支配戦略はあるか。あるならば、それを求めよ。ないならば、ないことを証明せよ。

## 問題 3

2 種類の財（$X$ 財と $Y$ 財）が存在し、2 人の消費者 $A, B$ がいる純粋交換経済を考える。各消費者 $A, B$ の初期保有はそれぞれ $e_A = (6, 1), e_B = (2, 3)$ であるとし、各消費者 $A, B$ の効用関数はそれぞれ $u_A(x_A, y_A) = \sqrt{x_A y_A}$、$u_B(x_B, y_B) = \sqrt{x_B y_B}$ であるとする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) ワルラス均衡（競争均衡）を求めなさい。

(2) エッジワース・ボックス内に、初期保有配分とワルラス均衡配分を図示しなさい。さらに、ワルラス均衡配分を通る各消費者の無差別曲線を描きなさい。ただし、どの点が初期保有配分で、どの点がワルラス均衡配分で、どの曲線が消費者 $A$ の無差別曲線で、どの曲線が消費者 $B$ の無差別曲線かを明記すること。また、縦横の縮尺をできるだけ等しく描くようにすること。

## 問題 4

企業 $i(= 1, 2, \ldots, n)$ が生産量について競争をしている寡占市場を考える。$q_i$ は企業 $i$ の生産量を表し、市場の逆需要関数は $P(Q) = a - Q$ とする ($Q = q_1 + \cdots + q_n$)。企業 $i(= 1, 2, \ldots, n)$ の費用関数は $C(q_i) = cq_i$ で表される。企業 1 が先に生産量を決定し、残りの企業 $2, \ldots, n$ が企業 1 の生産量を観察した後に生産量を決定するとする。企業 $2, \ldots, n$ の生産量は同時に決定されるとする。$a > c > 0$ であり、内点解のケースを考える。

(1) $n = 2$ のときの部分ゲーム完全均衡を求めよ。

(2) $n = 3$ のときの部分ゲーム完全均衡を求めよ。

(3) 市場に $n$ 社の企業が存在するとき、部分ゲーム完全均衡における価格、各企業の生産量と利潤を求めよ。

# 【統計・計量経済学】

次の問1から問4から2つ選び解答せよ。

問1．正整数 $n$ に対して確率変数 $X_n$ は次の確率関数を持つものとする。

$$P\left(X_n = \frac{k}{n}\right) = \frac{1}{n} \quad \text{if } k = 1, 2, \ldots, n$$

すなわち確率変数 $X_n$ は等確率 $1/n$ で有理数 $1/n, 2/n, 3/n, \ldots, n/n$ の値をとるものとする。また確率変数 $X$ は $[0,1]$ 上の一様確率変数とする。ここで $[0,1]$ 上の一様確率変数とは、以下の密度関数をもつ確率変数のことである。

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{if それ以外.} \end{cases}$$

以下の問いに答えよ。

(a) $E(X_n)$ と期待値 $E(X)$ を求め，$\lim_{n\to\infty} E(X_n) = E(X)$ を示せ。

(b) $E(X_n^2)$ と期待値 $E(X^2)$ を求め，$\lim_{n\to\infty} E(X_n^2) = E(X^2)$ を示せ。

(c) 実数 $t$ に対し，$X_n$ のモーメント母関数 $m_{X_n}(t) = E(e^{tX_n})$ と $X$ のモーメント母関数 $m_X(t) = E(e^{tX})$ を求め，
$\lim_{n\to\infty} m_{X_n}(t) = m_X(t)$ を示せ。

問2．確率変数 $X$ は次の密度関数を持つものとする。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} x^{\frac{1}{\mu}-1}, & \text{if } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{if それ以外.} \end{cases}$$

ただし $\mu > 0$ である。

(a) $Y = -\log X$ とするとき，$Y$ の分布関数 $F_Y(y) = P(Y \le y)$ を求めよ。

(b) 分布関数 $F_Y(y)$ を微分することにより、密度関数 $f_Y(y)$ を求めよ。

(c) $E(Y)$ および $Var(Y)$ を計算せよ。

(d) $X_1, X_2, \ldots, X_n$ は独立で，それぞれ密度関数 $f$ を持つものとする。

$$Y_i = -\log X_i \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

が観測されたとき，(b) をヒントにして $\mu$ の不偏推定量 $\hat{\mu}_n$ を求めよ。

(e) $\hat{\mu}_n$ が $\mu$ に確率収束することを示せ。すなわち任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$\lim_{n\to\infty} P\{|\hat{\theta}_n - \theta| \geq \varepsilon\} = 0$$

を示せ。その際、以下のチェビシェフ不等式は用いて良い。

確率変数 $Y$ の期待値と分散を $\mu, \sigma^2$ とするとき、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、

$$P\{|Y - \mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

となる。

## 【統計学・計量経済学（金融プログラム）】

問３．互いに無相関の確率変数$e_1,e_2,\ldots,e_n$は期待値０，分散$\sigma^2$を持つ．$x_1,\ldots,x_n$は非確率変数であり、すべて同じ値をとることはない。また$z_1,\ldots,z_n$も非確率変数であり、すべて同じ値をとることはなく、$(z_1-\overline{z})(x_1-\overline{x})+\cdots+(z_n-\overline{z})(x_n-\overline{x})\neq 0$である。実数$\alpha,\beta$にたいし、確率変数$y_1,\ldots,y_n$は$y_t=\alpha+\beta x_t+e_t \quad (t=1,2,\ldots,n)$によって発生されるとき、次の問に答えよ．実数$s_1,\ldots,s_n,t_1,\ldots,t_n$に対して，

$(s_1t_1+\ldots+s_nt_n)^2\leq(s_1^2+\ldots+s_n^2)(t_1^2+\ldots+t_n^2)$が成立することは，証明なく用いてよい。ただし、確率変数Ｘに対し$V(\mathrm{X})$は分散を表し、実数$x_1,\ldots,x_n$に対して$\overline{x}$はその算術平均を表す。

(1) $\hat{\beta}=\dfrac{(x_1-\overline{x})y_1+\cdots+(x_n-\overline{x})y_n}{(x_1-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2}$の期待値と分散を求めよ。

(2) $\hat{b}=\dfrac{(z_1-\overline{z})y_1+\cdots+(z_n-\overline{z})y_n}{(z_1-\overline{z})(x_1-\overline{x})+\cdots+(z_n-\overline{z})(x_n-\overline{x})}$の期待値と分散を求めよ。

(3) $V(\hat{\beta})$と$V(\hat{\mathrm{b}})$の大小を比較せよ。

問４．互いに無相関の確率変数$e_1,e_2,\ldots,e_n$は期待値０，相異なる分散$\sigma_1^2,\ldots,\sigma_n^2$，を持つ．$x_1,\ldots,x_n$は非確率変数であり，$x_t\neq 0 \quad (t=1,\ldots,n)$とする。確率変数$y_1,\ldots,y_n$は$y_t=\beta x_t+e_t \quad (t=1,2,\ldots,n)$によって発生されるとする。次の問に答えよ．ただし実数$s_1,\ldots,s_n,t_1,\ldots,t_n$に対して，$(s_1t_1+\ldots+s_nt_n)^2\leq(s_1^2+\ldots+s_n^2)(t_1^2+\ldots+t_n^2)$が成立することは，証明なく用いてよい。

(1) $\hat{\beta}=\dfrac{x_1y_1+\cdots+x_ny_n}{x_1{}^2+\ldots+x_n{}^2}$の期待値と分散を求めよ。

(2) $b=\dfrac{y_1x_1/\sigma_1^2+\ldots+y_nx_n/\sigma_n^2}{x_1^2/\sigma_1^2+\ldots+x_n^2/\sigma_n^2}$の期待値と分散を求めよ。

(3) $Var(b)$と$Var(\hat{\beta})$の大小を比較せよ。