受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期

平成３１年度（２次募集）
学　力　検　査　問　題

試　験　問　題　冊　子
（　専　門　科　目　）

《注意事項》

1．試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。

2．受験番号を、この冊子と解答用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間
　一般入試受験者は、９：００～１１：００、

　試験開始後４０分間は、退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「経済原論」「経済学史」「ミクロ経済学」「マクロ経済学」「経済史」「経済政策」「世界経済論」「統計学」「計量経済学」の９科目から出題されています。

6．**一般入試受験者**は、９科目から２科目を選択し、解答してください。ただし、「ミクロ経済学」「マクロ経済学」は、２科目をともに選択しなければなりません。また、「統計学」「計量経済学」は、２科目をともに選択しなければなりません。

7．解答は、解答用紙に記入してください。１科目の解答につき、解答用紙１枚を使用してください。その際、専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください。記入されていない場合、採点されないことがあります。
　解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者については、英語で解答することもできます。

8．この冊子を持ち帰ってはいけません。

31 20

平成３１年度（２次募集）
横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期

専門科目問題目次

【経済原論】

問題一と問題二の両方に解答しなさい。

問題一　次の文章は、『資本論』第一巻第三章「貨幣または商品流通」の第二節「流通手段」のなかの文章である。それを読んで下記の設問に答えなさい。

(注)著作権法等の配慮により問題文は割愛します。
なお、問題文は、次の文献から引用しております。
カール・マルクス 訳/資本論翻訳委員会(1983年1月)『資本論　第一巻第一分冊』新日本出版社.
抜粋箇所　１９３頁　８行目　６文字目　～　１３行目　３文字目

(1)　下線部aの「内的に非自立的であるもの」とは、販売と購買が全体としては「生産物と生産物の交換」であることを意味し、「外的な自立化」とは、販売と購買が、それぞれ自立しているかのように運動することを意味している。この、生産物と生産物の交換が、販売と購買に分裂せざるを得ないのはなぜか、貨幣発生の必然性と関わらせて説明しなさい。

(2)　下線部bの「統一が強力的に自己を貫徹する一恐慌によって」とは、購買欲すなわち「需要」と、販売欲すなわち「供給」との不一致が、恐慌によって強力的に一致させられることと解釈できる。需要と供給が一致する場合に価値通りの交換がなされるとすると、恐慌前の価値と価格の関係と、恐慌後の価値と価格の関係は、それぞれどうなるか、説明しなさい。

(3)　下線部cの「物の人格化と人格の物化」は、本来、人間がコントロールするべき物が、逆に人間をコントロールするようになり、結果的に人間が物のように扱われる事態を指している。あなたが思い付く、そのような事例を一つ取り上げて（いつの時代でも、どこの国でも構わない)、それが、資本主義の本質の発現でもある理由を説明しなさい。

問題二　次の問題二―1か、問題二―2のいずれかに解答しなさい。

問題二－1

次にある、拡大再生産の発端式を参照しつつ、以下の設問に答えなさい。

31 203

<拡大再生産の発端式>

Ⅰ　4,000c＋1,000v＋1,000m＝6,000　生産手段生産部門

Ⅱ　1,500c＋　750v＋　750m＝3,000　消費手段生産部門

(1)　Ⅰv＋m＝Ⅱcが成立している単純再生産表式と異なり、この発端式では、Ⅰv＋m＞Ⅱcとなっている。　それはなぜか、簡潔に説明しなさい。

(2)　余剰生産手段としての500mが、第一部門の追加不変資本400mc、追加可変資本100mvとして、配分された場合、第一部門から第二部門への需要はいくらになるか、述べなさい。

(3)　(2)の、第一部門からの需要増に対応するため、第二部門も、不変資本と可変資本を追加することになるが、その額は、それぞれいくらになるか、述べなさい。

問題二－２

（１）　産業連関分析の長所と短所を述べなさい。

（２）　中間財投入係数の経済学的な意味を述べなさい。

（３）　$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ と $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ だとする。行列の掛け算 AB と BA を求めなさい。

【経済学史】

つぎの問題1，2，3から任意の1つを選択して解答して下さい。選択した問題番号を明記して下さい。

問題1

経済学のなかで、資本蓄積と経済成長の長期的動態は重要な研究領域である。しかしながら、この問題については、これまで様々な理論が提起され、必ずしも支配的な学説が確立されているわけではない。特に、経済が長期的に安定的な均衡状態や定常状態に収斂するのか、それとも恐慌や不況などの現象が生じるのか、という問題については見解が分かれている。それを念頭において、以下の問いに答えなさい。

（1）K. マルクスは、資本主義の資本蓄積過程は、必然的に恐慌を伴うものであると主張した。どのような要因によって、またどのような過程を通して恐慌が生じると主張されているか、説明しなさい。

（2）J.M.ケインズは、「有効需要の原理」に基づき不完全雇用均衡の状態が生じることを主張した。それは、どのような要因によって、またどのような過程を通して生じると主張されているか、説明しなさい。

（3）R.ソローの理論に代表される新古典派成長モデルでは、経済は長期において均衡状態に収斂すると考えられている。それをもたらす主要なメカニズムは何か、また長期均衡を規定する要因は何か、説明しなさい。

（4）以上の学説を概観すると、景気変動が経済過程の内部から内生的に生じるか、あるいは経済過程の外部から外生的にもたらされるか、認識が分かれていることがわかる。これをふまえて、経済成長の長期的動態について自らの意見を述べなさい。

問題２

以下の点について記述してください。

およそ社会的な空間において自由と秩序とのあいだには、どのような可能性と困難さがあるのであろうか。任意の２名以上の思想家の説を紹介もしくは批判的に検討しながら、自説を積極的に提示すること。この場合、自由と秩序のほか、循環、安定、慣習、進化、利害、闘争、混乱、破滅などなど、いくつかのキー・ワードを設定して検討してもよく、その場合には自由や秩序に加えてどのような概念を軸に据えたのかを、冒頭もしくは末尾に明記すること。

問題３

次の著作や概念のうちから５題を選択して説明して下さい。なお、解答順序は番号順でなくても構いませんが、それぞれ選択した番号を明記して下さい。

(1) 自然状態、戦争状態（T.ホッブズ、J.ロックなど）
(2) 『法の精神』（モンテスキュー）
(3) 『人口論』（T.R.マルサス）
(4) セイ法則（販路説）
(5) 「実物経済、貨幣経済および信用経済」（B.ヒルデブラント）
(6) 『純粋経済学要論』（ワルラス）
(7) 『文明論之概略』（福沢諭吉）
(8) 「安楽水準」、「生活水準」（A.マーシャル）
(9) 『近代株式会社と私有財産』（A.A.バーリ ＆G.C.ミーンズ）
(10) 超最小国家（R.ノズィック）

31 20

[ミクロ経済学]

すべての問いに対し解答すること。

問題 1

ある企業が、労働 L と資本 K を投入して 1 種類の財を生産している。この企業の生産関数を $F(L,K)=\sqrt{L}+\sqrt{K}$ とし、時間あたりの賃金を w、資本のレンタル・プライスを r とおく。ただし、w,r は正とする。次の問いに答えなさい。

(1) この企業は、労働と資本に関してプライス・テイカーであるとする。費用最小化問題を解くことにより、費用関数を求めなさい。

(2) この企業が生産する財の市場需要関数を $D(p)=2-p$ とする。この財に関してこの企業が独占企業であるとき、価格と生産量を求めなさい。

(3) (2) において $w=r=1$ とするとき、消費者余剰および生産者余剰を求めなさい。

問題 2

2 種類の財（X 財と Y 財）が存在し、2 人の消費者 A,B がいる純粋交換経済を考える。各消費者 A,B の初期保有はそれぞれ $e_A=(6,3), e_B=(10,1)$ であるとし、各消費者 A,B の効用関数はそれぞれ $u_A(x_A,y_A)=\sqrt{x_A}+\sqrt{y_A}$、$u_B(x_B,y_B)=\sqrt{x_B}+\sqrt{y_B}$ であるとする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 初期保有配分を通る無差別曲線をエッジワース・ボックス内に描きなさい。どの点が初期保有配分で、どの曲線が消費者 A の無差別曲線で、どの曲線が消費者 B の無差別曲線かを明記すること。

(2) ワルラス均衡（競争均衡）を求めなさい。

問題 3

以下の問いに答えなさい。

(1) 下の利得表で表される 2 人標準形ゲームを考える（$a, b, \ldots, h$はすべて実数である）。(T, R)がナッシュ均衡であるとき、$a, b, \ldots, h$が満たすべき不等式をすべて答えよ。

		2	
		L	R
1	T	a, b	c, d
	B	e, f	g, h

(2) 下の利得表で表されるゲームのナッシュ均衡を、混合戦略を含めてすべて求めよ。

		2	
		L	R
1	T	3, 5	1, 2
	B	−2, 1	4, 3

問題 4

2 人の市民$N = \{1,2\}$がいる Y 市は、市内を流れる河川に橋を建設するか否かを検討している。橋が建設された場合、市民 1 は$V_1 = 100$だけの便益を得て、市民 2 は$V_2 = 70$だけの便益を得ることが分かっている。橋の建設コストは$C = 120$である。Y 市は橋建設のための寄付金t_i（$i = 1,2$、また$t_i \geq 0$とする）を募り、総寄付額が$t_1 + t_2 \geq C$のとき橋を建設することにした。ただし、寄付金t_iは橋が建設されるか否かにかかわりなく返金されることはないものとする。したがって、橋が建設されたときの市民$i \in N$の利得は$u_i = V_i - t_i$、橋が建設されなかったときの利得は$u_i = -t_i$である。

(1) 各市民$i \in N$が、同時に寄付額t_iを決定する場合を考える。このとき、純粋戦略のナッシュ均衡をすべて求めよ。

(2) 最初に市民 1 が寄付金t_1を決定し、その金額を観察した後、市民 2 が寄付金t_2を決定する場合を考える。このとき、部分ゲーム完全均衡を求めよ。

(3) 最初に市民 1 が寄付金t_1を決定し、その金額を観察した後、市民 2 が寄付金t_2を決定する場合を考える。更に、ルールを変更して、もし総寄付額$t_1 + t_2$が建設コストCに達しなかったならば、Y 市は不足分$D = C - (t_1 + t_2)$に対して、各市民から税金$\tau = D/2$を徴収することで橋を建設することにした。すなわち、市民iの利得は

$$u_i = \begin{cases} V_i - t_i & \text{if } D \leq 0 \\ V_i - t_i - \tau & \text{if } D > 0 \end{cases}$$

となる。このとき、部分ゲーム完全均衡の結果を求めよ。

【マクロ経済学】

問題1 次のような2期間の経済モデルを用いて消費者の消費・貯蓄配分問題を考える。人口は$L=1$とし、消費者は2期間に得られる効用の和

$$U=u(C_1)+u(C_2)$$

を最大にするように消費と貯蓄(借入)の配分を決める。ここで、C_1は第1期の消費、C_2は第2期の消費とする。また、消費者は各期に働いて労働所得(Y_1、Y_2)を得る。Y_1は第1期の労働所得、Y_2は第2期の労働所得であり、$Y_2>Y_1>0$とする。第1期に消費者は利子率$r=0$のもとで、貯蓄や借入(S)を行えるとする。消費者は初期時点において資産は保有していないとする。

この経済には政府が存在し、消費者は第1期に税金$T=tY_1$を支払う。$t\in(0,1)$とする。各期の政府支出は$G_1>0$、$G_2>0$とし、2期間を通じて財政収支は均衡しているとする。つまり、$T=G_1+G_2$。また、政府支出(G_1、G_2)は消費者に再分配されないとする。政府も利子率$r=0$のもとで、貯蓄や借入を行うことができ、政府の初期資産もゼロとする。

効用関数が対数関数($u(C)=\log C$)であるとして、以下の問に答えなさい。

(1) 消費者の異時点間の予算制約式を導出しなさい。

(2) 効用最大化から得られる貯蓄(S)、第1期の消費(C_1)、第2期の消費(C_2)をそれぞれ導出しなさい。

(3) 政府が課税のタイミングを第1期から第2期に変更したとする。つまり、$T=tY_2$。政府の支出額(G_1、G_2)は変わらず、財政収支は均衡しているとする。第1期、第2期の最適な消費水準を求め、消費行動がどのように変化するか説明しなさい。

(4) (3)のもとで、貯蓄はどのように変化するか求めなさい。

(5) $T=tY_1$とする。今、消費者が借入制約に直面し、借入限度額は$D>0$であるとする。効用最大化から得られる貯蓄(S)、第1期の消費(C_1)、第2期の消費(C_2)をそれぞれ導出しなさい。

(6) (5)の借入制約に直面している時、(3)のように政府が課税のタイミングを変更したら第1期の消費がどのように変化するか説明しなさい。

問題2

以下の閉鎖経済モデルを考える。

$$C = 0.5(Y - T)$$
$$I = 6 - 8r$$
$$Y = C + I + G$$
$$G = 5$$
$$M^S = 5$$
$$M^D = 0.5Y - 10r$$

ただし、YはGDP、Cは民間消費、Iは投資、rは利子率、Tは所得税、Gは政府支出、M^Sはマネーサプライ、M^Dは貨幣需要である。物価 P は 1 とする（P=1）。

(1) 所得税 $T = 3$ とする。このモデルの均衡における利子率、GDP、民間消費、投資をそれぞれ求めなさい。

(2) （問(1)のように所得税を一定額にするのではなく、）所得税TとしてGDPに比例した額を徴収するとする。具体的には、所得税率 $t = 0.2$に対し、所得税を $T = tY$ とする。このモデルの均衡における利子率、GDP、民間消費、投資、そして、所得税(T)をそれぞれ求めなさい。

(3) 問(2)で設定したモデルで、政府は所得税率を軽減し、$t = 0$にするとする。均衡における利子率、GDP、民間消費、投資をそれぞれ求めなさい。

(4) 問(3)のモデルで設定した政府による所得税率の軽減に対し、中央銀行は利子率を一定に保つように金融政策を実行するとする。問(3)のモデルにおいて、均衡の利子率が問(2)で求めた均衡利子率に等しくなるようにするためには、マネーサプライM^Sをいくらにしなければならないか求めなさい。

【経済史】

以下の 3 つの設問から 1 つを選んで解答しなさい。なお、選んだ設問の番号を解答の冒頭に記しなさい。

設問 1．日本経済史

1955 年から 73 年にかけて、日本経済は空前の高度成長を経験したが、1974 年には戦後初のマイナス成長を記録し、高度経済成長期はここに終焉した。①日本の高度経済成長の内容、②日本で高度経済成長が終わった理由、について、それぞれ詳しく説明しなさい。

設問 2．西洋経済史

1929 年以降、アメリカ経済は不況に陥り、景気は停滞した。そうした状況を打開するために、ローズベルト政権は 1933 年から景気対策を実行した。それはどのような政策で、どのような結果をもたらしたのか、1935 年を境とする 2 つに時期に分けて説明しなさい。

設問 3．アジア経済史

19 世紀に欧米諸国による植民地化が本格的に進んで以降、アジア諸地域の経済にとって、貿易、特に輸出は大きな意味を持つようになった。19 世紀から現在に至るアジア諸地域の産業構造と輸出品の長期的な変化について、日本以外の国・地域の具体例をあげつつ、いくつかの時期に分けて論じなさい。

【経済政策】

次の設問から１つを選んで解答しなさい。

問１　日本のジェンダー主流化の展開と課題について、国内外の要因もふまえて説明しなさい。

問２　日本におけるバブル崩壊後から民主党政権発足前における労働の規制緩和策とワーキングプアの実態について説明しなさい。

問３　戦後の日本の地域政策を、戦後復興期、高度成長期、日本経済の転換期、国土形成計画への転換期への分類した際に、高度成長期と日本経済の転換期の地域政策の違いについて述べなさい。その際に全国総合開発計画について必ず説明すること。

問４　戦後の日米の経済摩擦の経緯と展開について述べなさい。また日米経済摩擦がどのように解消されたかについても述べなさい。

31 21

【世界経済論】

設問　以下の 4 つの問題から 1 つ選んで解答しなさい。解答の冒頭で、選んだ問題の番号を明記すること。

問題 1　今世紀に入り、世界的な経常収支不均衡が拡大しているが、こうした不均衡が生じた原因は何か。不均衡の持続可能性をめぐる楽観論と悲観論に触れながら論じなさい。

問題 2　2008 年に発生した世界金融危機を受け、国際的に進められている金融規制改革の内容について具体例を挙げながら説明しなさい。

問題 3　サイモン・クズネッツ（Simon Kuznets）が提唱した「逆 U 字仮説」とは何か。この仮説の現実的妥当性を検証するための方法に触れながら説明しなさい。

問題 4　輸入代替工業化政策とは何か。この政策を採用した国々の具体例に触れながら説明しなさい。

#【統計学】

問1. 確率変数 N は確率分布

$$P(N=n)=(1-q)q^n, \quad n=0,1,2,\ldots$$

に従い、確率変数 X の $N=n$ を与えたときの条件付き確率は

$$P(X=x|N=n)=\frac{n!}{x!(n-x)!}(1-p)^x p^{n-x}, \quad x=0,1,\ldots,n$$

で与えられるものとする．ただし，$p,q\in(0,1)$ とする．次の問いに答えよ．ただし、以下の事実は自由に用いてよい。$r\in(0,1)$ に対して等比級数 $\frac{1}{1-r}=\sum_{n=0}^{\infty}r^n$ の k 階の微分は、右辺において k 階の項別微分をすることにより求められる。すなわち

$$\left(\frac{d}{dr}\right)^k\frac{1}{(1-r)}=\frac{k!}{(1-r)^{k+1}}=\sum_{n=k}^{\infty}\frac{n!}{(n-k)!}\cdot r^{n-k}, \quad k=1,2,3\ldots.$$

(a) N の期待値を求め、$E(X)$ を条件付き期待値の性質 $E(E(X|N))$ によって求めよ。

(b) $0\leq x\leq n$ に対して，同時確率 $P(N=n,X=x)$ を求めよ．

(c) $0\leq x$ に対して，確率 $P(X=x)$ を求めよ．

(d) $E(X)$ を上で求めた X の確率分布から求めよ。

問2．確率変数 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,$ は独立であり、いずれも以下の密度関数を持つ一様確率変数とする。

$$f(\varepsilon)=\begin{cases}1, & 0\leq\varepsilon\leq 1\\ 0. & \text{上記以外}\end{cases}$$

確率変数 $X_0,X_1,X_2,\cdots,$ を

$$X_0=0, \quad X_n=(X_{n-1}+1)\varepsilon_n, \quad n=1,2,\ldots$$

によって帰納的に定義する。以下の問いに答えよ。

(a) $E(\varepsilon_1)$ と $E(\varepsilon_1^2)$ を計算せよ。

(b) 数列 $a_n=E(X_n), n=1,2,\ldots$ に対し、a_n の満たす差分方程式（漸化式）求め、a_n を n だけを用いて表せ。

(c) 数列 $b_n=E(X_n^2), n=1,2,\ldots$ に対し、b_n の満たす差分方程式（漸化式）求め、b_n を n だけを用いて表せ。

【計量経済学】

問 1. 確率変数 e_1, e_2 は、期待値 0、分散1、共分散 $\mathrm{cov}(e_1, e_2) = \rho$ を持つ。ただし、$|\rho| < 1$ とする。x_1, x_2 は実数値をとる非確率変数であり、$x_1 \neq 0, x_2 \neq \rho x_1$ とする。実数 β に対し、確率変数 y_1, y_2 は $y_t = \beta x_t + e_t \quad (t = 1, 2)$ によって発生されるとき、次の問に答えよ。

(1) $\hat{\beta} = \dfrac{x_1 y_1 + x_2 y_2}{x_1^{\,2} + x_2^{\,2}}$ の期待値と分散を求めよ。

(2) $\tilde{y}_1 = y_1\sqrt{1-\rho^2}, \tilde{y}_2 = y_2 - \rho y_1$ $\tilde{x}_1 = x_1\sqrt{1-\rho^2}, \tilde{x}_2 = x_2 - \rho x_1$ とするとき、

$V(\tilde{y}_1), V(\tilde{y}_2), \mathrm{cov}(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2)$ を求めよ。

(3) $b = \dfrac{\tilde{x}_1\tilde{y}_1 + \tilde{x}_2\tilde{y}_2}{\tilde{x}_1^{\,2} + \tilde{x}_2^{\,2}}$ に対し、期待値と分散を求めよ。

(4) $V(b), V(\hat{\beta})$ の大小関係を示せ。

問 2. 互いに無相関の確率変数 $e_1, \ldots, e_n$ は期待値 0、互いに異なる分散 σ_t^2 を持つ。

$x_1, \ldots, x_n$ は実数値をとる非確率変数であり、少なくとも一つは 0 と異なる値をとる。実数 β に対し、確率変数 $y_1, \ldots, y_n$ は $y_t = \beta x_t + e_t \quad (t = 1, \ldots, n)$ に従って発生すると仮定する。

(1) $\hat{\beta} = \dfrac{x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n}{x_1^{\,2} + \cdots + x_n^{\,2}}$ の期待値と分散を求めよ。

(2) $b = \dfrac{x_1 y_1 / \sigma_1^2 + \cdots + x_n y_n / \sigma_n^2}{x_1^{\,2} / \sigma_1^2 + \cdots + x_n^{\,2} / \sigma_n^2}$ の期待値と分散を求めよ。

(3) $\hat{\beta}$ の分散と b の分散の大小関係を示せ。ただし、$s_1, \ldots, s_n, t_1, \ldots, t_n$ に対して、

$(s_1 t_1 + \ldots + s_n t_n)^2 \leq (s_1^{\,2} + \ldots + s_n^{\,2})(t_1^{\,2} + \ldots + t_n^{\,2})$ が成立することは証明なく用いてよい

31 215

受験番号	

横浜国立大学大学院国際社会科学府
経済学専攻博士課程前期
金融プログラム特別コース

平成３１年度（２次募集）
学　力　検　査　問　題

試　験　問　題　冊　子
（　専　門　科　目　）

《注意事項》

1．<u>試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。</u>

2．受験番号を、この冊子と解答用紙に必ず記入してください。また、氏名も解答用紙に必ず記入して下さい。

3．落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出てください。

4．試験時間

９：００～１０：１５です。

試験開始後４０分間は、退室できません。また、試験終了１０分前からは途中退室できません。

5．問題は、「ミクロ経済学」「統計・計量経済学」「経済数学」の３科目から出題されています。

これら３科目から１科目を選択し、解答してください。

6．解答は、解答用紙に記入してください。その際、<u>専門科目名欄の自分が選択する科目名のところに○を記入してください</u>。<u>記入されていない場合、採点されないことがあります</u>。解答が用紙２枚以上に渡る場合も、必ずすべての解答用紙の専門科目名欄に○を記入してください。

解答は、日本語で行います。ただし、外国人出願者については、英語で解答することもできます。

7．この冊子を持ち帰ってはいけません。

平成３１年度（２次募集）
横浜国立大学大学院国際社会科学府
博士課程前期経済学専攻
金融プログラム特別コース

専門科目問題目次

[ミクロ経済学]

すべての問いに対し解答すること。

問題 1

ある企業が、労働 L と資本 K を投入して 1 種類の財を生産している。この企業の生産関数を $F(L,K)=\sqrt{L}+\sqrt{K}$ とし、時間あたりの賃金を w、資本のレンタル・プライスを r とおく。ただし、w,r は正とする。次の問いに答えなさい。

(1) この企業は、労働と資本に関してプライス・テイカーであるとする。費用最小化問題を解くことにより、費用関数を求めなさい。

(2) この企業が生産する財の市場需要関数を $D(p)=2-p$ とする。この財に関してこの企業が独占企業であるとき、価格と生産量を求めなさい。

(3) (2) において $w=r=1$ とするとき、消費者余剰および生産者余剰を求めなさい。

問題 2

2 種類の財（X 財と Y 財）が存在し、2 人の消費者 A,B がいる純粋交換経済を考える。各消費者 A,B の初期保有はそれぞれ $e_A=(6;3), e_B=(10,1)$ であるとし、各消費者 A,B の効用関数はそれぞれ $u_A(x_A,y_A)=\sqrt{x_A}+\sqrt{y_A}$、$u_B(x_B,y_B)=\sqrt{x_B}+\sqrt{y_B}$ であるとする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 初期保有配分を通る無差別曲線をエッジワース・ボックス内に描きなさい。どの点が初期保有配分で、どの曲線が消費者 A の無差別曲線で、どの曲線が消費者 B の無差別曲線かを明記すること。

(2) ワルラス均衡（競争均衡）を求めなさい。

31 · 25

問題 3

以下の問いに答えなさい。

(1) 下の利得表で表される 2 人標準形ゲームを考える（$a, b, \ldots, h$はすべて実数である）。(T, R)がナッシュ均衡であるとき、$a, b, \ldots, h$が満たすべき不等式をすべて答えよ。

		2	
		L	R
1	T	$a,\quad b$	$c,\quad d$
	B	$e,\quad f$	$g,\quad h$

(2) 下の利得表で表されるゲームのナッシュ均衡を、混合戦略を含めてすべて求めよ。

		2	
		L	R
1	T	3,　5	1,　2
	B	–2,　1	4,　3

問題 4

2 人の市民$N = \{1,2\}$がいる Y 市は、市内を流れる河川に橋を建設するか否かを検討している。橋が建設された場合、市民 1 は$V_1 = 100$だけの便益を得て、市民 2 は$V_2 = 70$だけの便益を得ることが分かっている。橋の建設コストは$C = 120$である。Y 市は橋建設のための寄付金t_i（$i = 1,2$、また$t_i \geq 0$とする）を募り、総寄付額が$t_1 + t_2 \geq C$のとき橋を建設することにした。ただし、寄付金t_iは橋が建設されるか否かにかかわりなく返金されることはないものとする。したがって、橋が建設されたときの市民$i \in N$の利得は$u_i = V_i - t_i$、橋が建設されなかったときの利得は$u_i = -t_i$である。

(1) 各市民$i \in N$が、同時に寄付額t_iを決定する場合を考える。このとき、純粋戦略のナッシュ均衡をすべて求めよ。

(2) 最初に市民 1 が寄付金t_1を決定し、その金額を観察した後、市民 2 が寄付金t_2を決定する場合を考える。このとき、部分ゲーム完全均衡を求めよ。

(3) 最初に市民 1 が寄付金t_1を決定し、その金額を観察した後、市民 2 が寄付金t_2を決定する場合を考える。更に、ルールを変更して、もし総寄付額$t_1 + t_2$が建設コストCに達しなかったならば、Y 市は不足分$D = C - (t_1 + t_2)$に対して、各市民から税金$\tau = D/2$を徴収することで橋を建設することにした。すなわち、市民iの利得は

$$u_i = \begin{cases} V_i - t_i & \text{if } D \leq 0 \\ V_i - t_i - \tau & \text{if } D > 0 \end{cases}$$

となる。このとき、部分ゲーム完全均衡の結果を求めよ。

#【統計・計量経済学】

以下の問1〜4のうちから3問選び解答すること.

問1. 確率変数 N は確率分布

$$P(N=n)=(1-q)q^n, \quad n=0,1,2,\ldots$$

に従い、確率変数 X の $N=n$ を与えたときの条件付き確率は

$$P(X=x|N=n)=\frac{n!}{x!(n-x)!}(1-p)^x p^{n-x}, \quad x=0,1,\ldots,n$$

で与えられるものとする. ただし, $p,q\in(0,1)$ とする. 次の問いに答えよ. ただし、以下の事実は自由に用いてよい。$r\in(0,1)$ に対して等比級数 $\frac{1}{1-r}=\sum_{n=0}^{\infty}r^n$ の k 階の微分は、右辺において k 階の項別微分をすることにより求められる。すなわち

$$\left(\frac{d}{dr}\right)^k\frac{1}{(1-r)}=\frac{k!}{(1-r)^{k+1}}=\sum_{n=k}^{\infty}\frac{n!}{(n-k)!}\cdot r^{n-k}, \quad k=1,2,3\ldots.$$

(a) N の期待値を求め、$E(X)$ を条件付き期待値の性質 $E(E(X|N))$ によって求めよ。

(b) $0\le x\le n$ に対して, 同時確率 $P(N=n,X=x)$ を求めよ.

(c) $0\le x$ に対して, 確率 $P(X=x)$ を求めよ.

(d) $E(X)$ を上で求めた X の確率分布から求めよ。

問2. 確率変数 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,$ は独立であり、いずれも以下の密度関数を持つ一様確率変数とする。

$$f(\varepsilon)=\begin{cases}1, & 0\le\varepsilon\le1\\ 0. & \text{上記以外}\end{cases}$$

確率変数 $X_0,X_1,X_2,\cdots,$ を

$$X_0=0, \quad X_n=(X_{n-1}+1)\varepsilon_n, \quad n=1,2,\ldots$$

によって帰納的に定義する。以下の問いに答えよ。

(a) $E(\varepsilon_1)$ と $E(\varepsilon_1^2)$ を計算せよ。

(b) 数列 $a_n=E(X_n), n=1,2,\ldots$ に対し、a_n の満たす差分方程式（漸化式）求め、a_n を n だけを用いて表せ。

(c) 数列 $b_n=E(X_n^2), n=1,2,\ldots$ に対し、b_n の満たす差分方程式（漸化式）求め、b_n を n だけを用いて表せ。

【統計・計量経済学（金融プログラム）】

問 3. 確率変数 e_1, e_2 は、期待値 0、分散 1、共分散 $\mathrm{cov}(e_1, e_2) = \rho$ を持つ。ただし、$|\rho| < 1$ とする。x_1, x_2 は実数値をとる非確率変数であり、$x_1 \neq 0, x_2 \neq \rho x_1$ とする。実数 β に対し、確率変数 y_1, y_2 は $y_t = \beta x_t + e_t \quad (t = 1, 2)$ によって発生されるとき、次の問に答えよ。

(1) $\hat{\beta} = \dfrac{x_1 y_1 + x_2 y_2}{x_1^2 + x_2^2}$ の期待値と分散を求めよ。

(2) $\tilde{y}_1 = y_1\sqrt{1-\rho^2}, \tilde{y}_2 = y_2 - \rho y_1$ $\tilde{x}_1 = x_1\sqrt{1-\rho^2}, \tilde{x}_2 = x_2 - \rho x_1$ とするとき、

$V(\tilde{y}_1)$, $V(\tilde{y}_2)$, $\mathrm{cov}(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2)$ を求めよ。

(3) $b = \dfrac{\tilde{x}_1 \tilde{y}_1 + \tilde{x}_2 \tilde{y}_2}{\tilde{x}_1^2 + \tilde{x}_2^2}$ に対し、期待値と分散を求めよ。

(4) $V(b), V(\hat{\beta})$ の大小関係を示せ。

問 4. 互いに無相関の確率変数 $e_1, .., e_n$ は期待値 0、<u>互いに異なる分散</u> σ_i^2 を持つ。

$x_1, \ldots, x_n$ は実数値をとる非確率変数であり、少なくとも一つは 0 と異なる値をとる。実数 β に対し、確率変数 $y_1, \ldots, y_n$ は $y_t = \beta x_t + e_t \quad (t = 1, \ldots, n)$ に従って発生すると仮定する。

(1) $\hat{\beta} = \dfrac{x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n}{x_1^2 + \cdots + x_n^2}$ の期待値と分散を求めよ。

(2) $b = \dfrac{x_1 y_1 / \sigma_1^2 + \cdots + x_n y_n / \sigma_n^2}{x_1^2 / \sigma_1^2 + \cdots + x_n^2 / \sigma_n^2}$ の期待値と分散を求めよ。

(3) $\hat{\beta}$ の分散と b の分散の大小関係を示せ。ただし、$s_1, \ldots, s_n, t_1, \ldots, t_n$ に対して、

$(s_1 t_1 + \ldots + s_n t_n)^2 \leq (s_1^2 + \ldots + s_n^2)(t_1^2 + \ldots + t_n^2)$ が成立することは証明なく用いてよい

【経済数学】

以下のすべての問題に解答すること。

問題 1. 実数値数列 $\{x_n\}$ に対して、

$$\limsup_n x_n = \lim_{n\to\infty}\left(\sup_{m\geq n} x_m\right)$$
$$\liminf_n x_n = \lim_{n\to\infty}\left(\inf_{m\geq n} x_m\right)$$

と定義する。数列 $\{x_n\}$ が以下で表わされるとき、$\limsup_{n\to\infty} x_n$ と $\liminf_{n\to\infty} x_n$ を求めなさい。

$$x_n = \begin{cases} \frac{2-\sqrt{3}n}{2n} & \text{if} \quad n = 2m-1 \ (m \in \mathbb{N}) \\ \sin\frac{(n+1)\pi}{4} & \text{if} \quad n = 2m \ (m \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

問題 2. n 変数実数値関数 f がどのような $t > 0$ についても

$$f(tx_1, \cdots, tx_n) = t^k f(x_1, \cdots, x_n)$$

を満たすとする。

$$kf(x_1, \cdots, x_n)$$

を $x_1 \cdots, x_n$ の偏微分係数を用いて表しなさい。

問題 3. 以下の等式条件付き最大化問題を考える。目的関数を最大にする $x_1, \cdots, x_n$ を求めなさい。

$$\max_{(x_1,\cdots,x_n)\in\mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^{n} \frac{i}{\sum_{j=1}^{n} j} \log x_i$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = I$$

ここで、$p_i > 0$, $(i \in \{1, 2, \cdots, n\})$ かつ $I > 0$ とする。

問題 4. $(n \times n)$ 実数値行列 A を $a_{i,i+1} = (\frac{1}{2})^{i+1} + b$, $i = 1, 2, c \ldots, n-1$, $a_{n,1} = \frac{1}{2} + b$、それ以外の全ての要素 $a_{i,j} = (\frac{1}{2})^j$ $(j \neq i+1)$ とする。つまり、

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2^2} + b & \frac{1}{2^3} & \cdots & \frac{1}{2^n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2^2} & \frac{1}{2^3} + b & & \frac{1}{2^n} \\ \vdots & & & \ddots & \frac{1}{2^n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2^2} & \frac{1}{2^3} & & \frac{1}{2^n} + b \\ \frac{1}{2} + b & \frac{1}{2^2} & \frac{1}{2^3} & \cdots & \frac{1}{2^n} \end{pmatrix}$$

ここで b は実数上の定数とする。

(a) $\det A$ を求めなさい。

(b) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{(-b)^{n-1}} \det A$ を求めなさい。

問題 5. 連立微分方程式、

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = 4x_1(t) - 5x_2(t),$$
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -6x_1(t) + 5x_2(t),$$

の初期条件が $(x_1(0), x_2(0)) = (1, 12)$ のとき、特殊解を求めなさい。

31 2